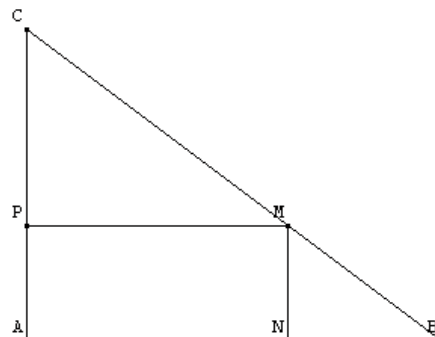


I. Présentation de l'activité

Soit ABC un triangle rectangle en A .
Le point M est un point mobile sur le segment [BC].
On appelle N et P les projetés orthogonaux de M respectivement sur les segments [AB] et [AC].
Soit I le milieu de [BC].
On cherche à déterminer s'il existe une position du point M telle que les droites (AI) et (PN) soient perpendiculaires.

**II. Public**

L'activité proposée peut s'adresser :

- à une classe de 2^{nde} dès le début de l'année scolaire ;
- à une classe de 1^{ère} S. On peut alors démontrer l'unicité de la position du point M.

III. Objectifs

- Expérimenter, conjecturer et démontrer sur un problème de géométrie plane.
- Conformément au programme officiel de seconde, cette activité aide « à poursuivre l'apprentissage d'une démarche déductive », en utilisant « les possibilités qu'offrent les logiciels de géométrie ».

IV. Pré-requis**Mathématiques :**

- Utiliser des notions simples de géométrie plane (suivant la méthode suivie : droite des milieux, propriétés de la symétrie axiale, propriétés des parallélogrammes, positions relatives de droites parallèles et perpendiculaires ; ou propriétés des angles).

T.I.C.E.

- Construire une figure avec un logiciel de géométrie dynamique.

V. Déroulement de l'activité

La séance se déroule en salle informatique, un compte rendu est demandé à chaque élève, qui fera l'objet d'une évaluation.

Les élèves travailleront en autonomie, en ayant la possibilité en cas de besoin de consulter des aides de niveaux gradués (aide méthodologique sur la démarche à suivre ou aide mathématique) et une aide technique d'utilisation d'un logiciel de géométrie. Il peut être envisagé de tenir compte, dans l'évaluation de l'élève, de chaque utilisation d'une aide.

VI. Apport de l'outil informatique

- L'expérimentation permet de conjecturer la position du point M : cette conjecture n'a rien d'évident et constitue une phase de recherche intéressante avant la démonstration.
- Cette activité permet de valider des compétences du B2i :

Domaine 1 (s'approprier un environnement informatique de travail)

- *organiser son espace de travail ;*
- *être autonome dans l'usage des services et des outils ;*

Domaine 3 (créer, produire, traiter, exploiter des données)

- *concevoir des documents numériques en choisissant le logiciel, le service ou le matériel adapté ;*
- *exploiter des données ou des documents numériques ;*
- *modifier un ou plusieurs paramètres d'une situation simulée ou modélisée.*

VII. Démonstrations possibles

- En 2^{nde} :

par des calculs d'angles (somme des mesures des angles dans un triangle qui vaut 180° , angles alternes internes, complémentaires...). Voir l'annexe « Aides mathématiques 1 » ;

par des relations de parallélisme et orthogonalité (en utilisant les propriétés des symétries, le théorème des milieux dans un triangle). Cette méthode exige des constructions auxiliaires sur la figure : voir l'annexe « Aides mathématiques 2 ».

- En 1^{ère} S

On peut se demander si on peut « remonter » le raisonnement, c'est à dire démontrer l'unicité de cette position du point M.

Résolution analytique avec le produit scalaire.

VIII. Annexes

- Fiche élève ;
- une aide méthodologique avec 3 niveaux ;
- une aide mathématique pour une démonstration par les angles avec 4 niveaux ;
- une aide mathématique pour une démonstration par les positions relatives de droites avec 4 niveaux.

Fichiers complémentaires disponibles en téléchargement :

- aide technique pour la construction de la figure (aidetechniquegeogebra.doc) ;
- la figure réalisée sous Geogebra (orthofigure.ggb).

Remarque

Cette activité peut être le prolongement de l'activité « 3. Distance minimale dans un triangle », ou l'inverse...

**Expérimenter,
conjecturer, démontrer****Orthogonalité dans un triangle****Fiche élève**

Vous devrez faire un compte rendu de votre travail qui sera évalué.

Vous travaillerez en autonomie.

En cas de besoin, vous pouvez consulter des aides de niveaux gradués (aide méthodologique sur la démarche à suivre ou aide mathématique) et une aide technique d'utilisation du logiciel de géométrie.

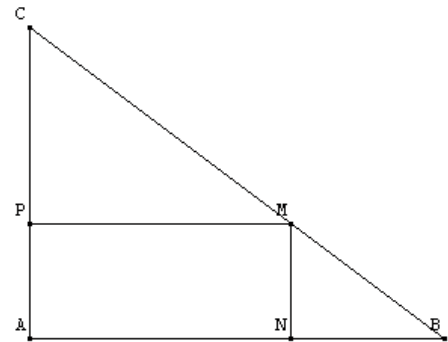
Soit ABC un triangle rectangle en A .

Le point M est un point mobile sur le segment $[BC]$.

On appelle N et P les projetés orthogonaux de M respectivement sur les segments $[AB]$ et $[AC]$.

Soit I le milieu de $[BC]$.

Chercher à déterminer une position du point M telle que les droites (AI) et (PN) soient perpendiculaires.



Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide méthodologique Niveau I
---	---------------------------------------	---

1. Faire une figure avec un logiciel de géométrie.
2. En étudiant plusieurs cas de figures conjecturer la position du point M telle que (AI) et (PN) soient perpendiculaires.
3. Démontrer la conjecture.

Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide méthodologique Niveau II
---	---------------------------------------	--

1. Faire une figure avec un logiciel de géométrie.
2. En étudiant plusieurs cas de figures conjecturer la position du point M telle que (AI) et (PN) soient perpendiculaires : on pourra faire afficher des angles et faire varier ce que l'on peut faire varier.
3. Démontrer la conjecture.

Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide méthodologique Niveau III
---	---------------------------------------	---

1. Faire une figure avec un logiciel de géométrie.
2. En étudiant plusieurs cas de figures conjecturer la position du point M telle que (AI) et (PN) soient perpendiculaires : on pourra faire afficher les angles \widehat{NOI} et \widehat{AMC} (O étant le point d'intersection des droites (AI) et (PN)) et faire varier ce que l'on peut faire varier.
3. Démontrer la conjecture.

Aides mathématiques 1

Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide mathématique Niveau I
---	---------------------------------------	---

Placer M au pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC, puis montrer que les droites (AI) et (PN) sont perpendiculaires.

Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide mathématique Niveau II
---	---------------------------------------	--

Placer M au pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC, puis montrer que les droites (AI) et (PN) sont perpendiculaires en suivant la démarche suivante :

On pourra noter α l'angle \widehat{IAB} et utiliser des propriétés de géométrie plane.

Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide mathématique Niveau III
---	---------------------------------------	---

Placer M au pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC, puis montrer que les droites (AI) et (PN) sont perpendiculaires en suivant la démarche suivante :

On pourra noter α l'angle \widehat{IAB} et utiliser les propriétés de géométrie plane : médiane issue de l'angle droit dans un triangle rectangle , angles d'un triangle isocèle , angles supplémentaires, somme des angles dans un triangle , angles complémentaires, diagonales d'un rectangle, angles alternes-internes.

Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide mathématique Niveau IV
---	---------------------------------------	--

Placer M au pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC, puis montrer que les droites (AI) et (PN) sont perpendiculaires en suivant la démarche suivante :

On pourra noter α l'angle \widehat{IAB} . Par la suite , tous les angles seront exprimés en fonction de α .

Justifier que le triangle AIB est isocèle en I. En déduire les angles \widehat{IAB} , \widehat{CIA} puis \widehat{MAJ} .

Déduire de ce qui précède que $\widehat{CAM} = \alpha$, puis en travaillant dans le rectangle APMN, déterminer les angles \widehat{APN} et \widehat{PNM} .

Noter J le point d'intersection de (AI) et (PN). Déterminer les angles \widehat{JNA} et \widehat{AJN} . Conclure.

Aides mathématiques 2

Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide mathématique Niveau I
---	---------------------------------------	---

Placer M au pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC, puis montrer que les droites (AI) et (PN) sont perpendiculaires.

Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide mathématique Niveau II
---	---------------------------------------	--

Placer M au pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC, puis montrer que les droites (AI) et (PN) sont perpendiculaires en suivant la démarche suivante :

1. Tracer les symétriques A' , B' , M' , N' respectivement de A, B, M, N par la symétrie d'axe (AC).
2. Utiliser des propriétés de géométrie plane.

Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide mathématique Niveau III
---	---------------------------------------	---

Placer M au pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC, puis montrer que les droites (AI) et (PN) sont perpendiculaires en suivant la démarche suivante :

1. Tracer les symétriques A' , B' , M' , N' respectivement de A, B, M, N par la symétrie d'axe (AC).
2. Utiliser des propriétés de géométrie plane : droite des milieux, propriétés de la symétrie axiale, propriétés des parallélogrammes, positions relatives de droites parallèles et perpendiculaires.

Expérimenter, conjecturer, démontrer	Orthogonalité dans un triangle	Aide mathématique Niveau IV
---	---------------------------------------	--

Placer M au pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC, puis montrer que les droites (AI) et (PN) sont perpendiculaires en suivant la démarche suivante :

1. Tracer les symétriques A' , B' , M' , N' respectivement de A, B, M, N par la symétrie d'axe (AC).
2. Utiliser des propriétés de géométrie plane pour :
 - montrer que (AI) est parallèle à $(B'C)$;
 - justifier que (AM') et $(B'C)$ sont perpendiculaires (utiliser les propriétés de la symétrie axiale de conservation des angles) ;
 - montrer que (PM) et (AN) sont parallèles et en déduire que $ANPM'$ est un parallélogramme ;
 - en déduire que (PN) est perpendiculaire à (AI) (utiliser des propriétés sur les positions relatives de droites parallèles et perpendiculaires).