

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION 2003

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : ES

Durée de l'épreuve : 3 heures – Coefficient : 5

OBLIGATOIRE

Ce sujet comporte 5 pages, numérotées de 1 à 5

Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats

L'usage d'une calculatrice est autorisé

*Le candidat doit traiter les DEUX exercices et le problème.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour
une part importante dans l'appréciation des copies.*

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

Exercice 1 (5 points)

Commun à tous les candidats

Aucun détail des calculs statistiques effectués à la calculatrice n'est demandé dans cet exercice.

Dans un magasin, le nombre annuel de ventes d'un appareil électroménager, relevé pendant 6 années, est donné par le tableau suivant :

Année	1996	1997	1998	1999	2000	2001
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6
Nombre d'appareils y_i	623	712	785	860	964	1073

1. a) Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ en prenant comme unités graphiques : 2 cm pour 1 rang en abscisses et 1 cm pour 50 appareils en ordonnées, en commençant à la graduation 600.
b) Calculer, en donnant les résultats arrondis à 10^{-2} , les coordonnées du point moyen G du nuage et placer ce point sur le graphique.
2. a) Calculer, en donnant les résultats arrondis à 10^{-2} , les coordonnées du point moyen G_1 du nuage formé par les points M_1, M_2 et M_3 , puis les coordonnées du point moyen G_2 du nuage formé par les points M_4, M_5 et M_6 .
b) Placer les points G_1 et G_2 sur le graphique et déterminer, avec des coefficients arrondis à 10^{-2} , une équation de la droite (G_1G_2) .
c) En utilisant cette droite comme droite d'ajustement affine, déterminer le nombre d'appareils que l'on peut prévoir vendre en 2004.
3. On sait maintenant que le nombre d'appareils vendus en 2002 est de 1125.
a) Ajouter le point $M_7(7; 1125)$ sur le graphique précédent.
b) On considère alors le nouveau nuage formé des points $M_i, 2 \leq i \leq 7$ (le nombre annuel de ventes de l'année 1996 n'est plus pris en compte).
Donner, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (les coefficients seront arrondis à 10^{-3}).
c) En utilisant cet ajustement, quel nombre d'appareils peut-on prévoir vendre en 2004 ?

Exercice 2 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Une petite entreprise de textile commercialise des nappes et des lots de serviettes assorties.
Quand un client se présente, il achète au plus une nappe et un lot de serviettes.

1. La probabilité pour qu'un client achète la nappe est 0,2. La probabilité pour qu'un client achète le lot de serviettes quand il a acheté la nappe est 0,7 et la probabilité qu'il achète le lot de serviettes quand il n'a pas acheté la nappe est 0,1.

- a) On note N l'événement « un client achète la nappe ».
On note S l'événement « un client achète le lot de serviettes ».
Construire un arbre pondéré décrivant la situation.
- b) Montrer que la probabilité de l'événement $N \cap S$ est égale à 0,14.
- c) Calculer la probabilité de l'événement S .
- d) Calculer la probabilité pour qu'un client achète au moins l'un des deux articles.

2. La nappe est vendue 125 € et le lot de serviettes 45 € .

a) Etablir en reproduisant sur la copie le tableau suivant, la loi de probabilité : «dépense d'un client».

Dépense (en euros)	0	45	125	170
Probabilité				

- b) Calculer l'espérance mathématique de cette loi .
Donner l'interprétation concrète de ce nombre.

3. On rappelle que la probabilité pour qu'un client achète l'ensemble nappe et serviettes est 0,14.
On choisit trois clients au hasard. On suppose que le nombre de clients est suffisamment grand pour que ce choix soit assimilé à un tirage successif avec remise.

Quelle est la probabilité qu'un seul client ait acheté un ensemble nappe et serviettes ?

Problème (10 points)

Commun à tous les candidats

Partie A

On considère la fonction f définie sur $] -1 ; +\infty]$ par :

$$f(x) = ax + b + 3 \ln(x + 1)$$

où a et b désignent deux réels que l'on déterminera dans la question 2. On appelle C_f sa courbe représentative. La figure de l'annexe représente une partie de cette courbe donnée par une calculatrice graphique.

C_f vérifie les conditions suivantes : elle passe par le point A (0 ; 5) et elle admet une tangente horizontale au point d'abscisse $\frac{1}{2}$.

1. En utilisant les données de l'énoncé, que peut-on dire du sens de variation de f ?
2. Déterminer a et b .

Partie B

On suppose désormais que la fonction f est définie sur $] -1 ; +\infty [$ par :

$$f(x) = -2x + 5 + 3 \ln(x + 1)$$

1. a) Calculer la limite de f en -1 . Interpréter graphiquement le résultat.
b) En admettant que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+1)}{x} = 0$, calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
2. Calculer $f'(x)$ et étudier les variations de f . Dresser le tableau de variation. Préciser la valeur exacte du maximum de f .
3. Tracer C_f et les asymptotes éventuelles dans un plan muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique : 2 cm)
4. a) Montrer qu'il existe deux réels α et β tels que : $\alpha < 0 < \beta$ et $f(\alpha) = f(\beta) = 0$.
b) Donner une valeur approchée à 10^{-2} près par défaut de α et de β .
c) En déduire le signe de $f(x)$ sur $] -1 ; +\infty [$.
5. Soit g la fonction définie sur $] -1 ; +\infty [$ par :
$$g(x) = (x + 1) \ln(x + 1) - x.$$
a) Calculer $g'(x)$.
b) En déduire l'expression de la primitive de f s'annulant pour $x = 0$.

Partie C

Une imprimerie a une capacité de production de 5 000 ouvrages par jour. Une étude a montré que le coût marginal peut être modélisé par $f(q)$ (en milliers d'euros) où q désigne la quantité d'ouvrages imprimés (en milliers). On rappelle que le coût marginal correspond à la dérivée du coût total.

1. a) Calculer $\int_0^5 f(q) dq$.

b) En déduire le coût total en euros de fabrication de 5 000 ouvrages.

2. L'imprimeur compte réaliser en deux jours une commande de 8 000 ouvrages. Il hésite entre deux possibilités :

5 000 ouvrages le premier jour puis 3 000 le second,

4 000 ouvrages pendant deux jours.

Quelle est l'option la plus rentable ?

Annexe 2

Courbe représentative de f

