BACCALAUREAT GÉNÉRAL

SESSION DE 2003

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : ES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 4 heures - COEFFICIENT : 5

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4

Du papier millimétré est mis à disposition des candidats.

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

Le candidat doit traiter les DEUX exercices et le problème.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Le formulaire officiel de mathématiques,
Prévu par l'arrêté du 27 mars 1991, est joint au sujet.

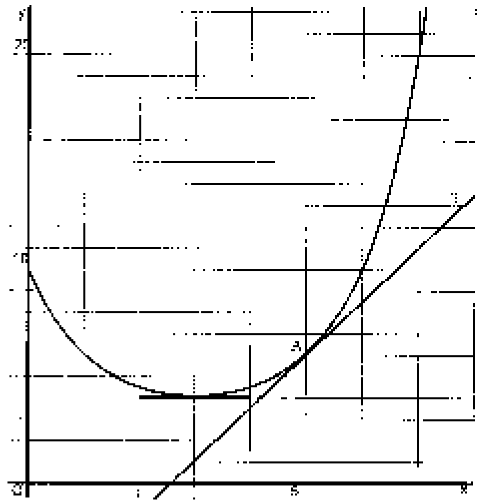
Tournez la page S.V.P.

Exercice 1 (commun à tous les candidats) (5 Points)

Un phénomène économique est modélisé par une fonction f représentée graphiquement par une courbe (C) dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
Une partie de (C) est donnée ci-contre.
On donne aussi le tableau de valeurs suivant :

x	0	3	7	8	9	10
$f(x)$	10	4	20	49,5	149	546

On suppose que la fonction f ainsi représentée est continue et dérivable sur $[0 ; 10]$ et strictement croissante sur $[3 ; 10]$.
On note f ' sa fonction dérivée.
La droite T est la tangente à (C) en son point A d'abscisse 5 ; elle passe aussi par le point de coordonnées (7 ; 11).
(C) admet une tangente horizontale au point d'abscisse 3.



1) En utilisant ces informations :
   a) Reproduire et compléter le tableau suivant :

x	3	5
$f(x)$	4	
$f'(x)$		

   b) Dresser le tableau des variations de f sur $[0 ; 10]$; indiquer aussi le signe de $f'(x)$ sur cet intervalle, justifier.

   c) Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 6$.
   Utiliser le graphique pour donner des valeurs approchées des solutions à 0,5 près.

2) On considère la fonction g définie pour tout x de $[0 ; 10]$ par : $g(x) = \ln[f(x)]$.

   a) Etudier les variations de g et dresser le tableau des variations de g sur $[0 ; 10]$.

   b) A l'aide du graphique de la question 1), donner une solution approchée, dans l'intervalle $[0 ; 10]$, de l'équation $g(x) = 3$.

Exercice 2 (candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité) (5 Points)

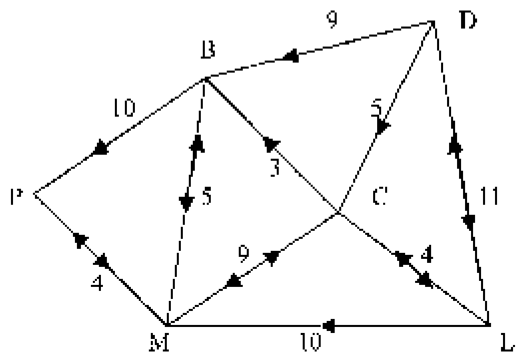
Dans la ville de GRAPHE, on s'intéresse aux principales rues permettant de relier différents lieux ouverts au public, à savoir la Mairie (M), le Centre commercial (C), la Bibliothèque (B), la Piscine (P) et le Lycée (L). Chacun de ces lieux est désigné par son initiale. Le tableau ci-contre donne les rues existant entre ces lieux.

	B	C	L	M	P
B		x		x	x
C	x		x	x	
L		x		x	
M	x	x	x		x
P	x			x	

1) Dessiner un graphe représentant cette situation.

2) Montrer qu'il est possible de trouver un trajet empruntant une fois et une seule toutes les rues de ce plan ? Justifier. Proposer un tel trajet.
Est-il possible d'avoir un trajet partant et arrivant du même lieu et passant une fois et une seule par toutes les rues ?

3) Dimitri habite dans cette ville ; le graphe ci-dessous donne le <u>nouveau</u> plan du quartier avec les sens de circulation dans les différentes rues et le temps de parcours entre les différents lieux.



Dimitri désire prendre sa voiture pour se rendre de son domicile noté D jusqu'à la Piscine.
Proposer un trajet le plus court possible lui permettant de se rendre de son domicile à la Piscine.
La réponse proposée devra être justifiée par un algorithme.

Problème (commun à tous les candidats) (10 Points)

Le but de ce problème est de modéliser l'évolution de la cotation d'une action en bourse.
On ne fera qu'un seul dessin qui sera complété tout au long des différentes questions.
Les parties sont indépendantes.

Partie A : étude statistique

La société « T-ES » est entrée en bourse en 1995. Le tableau suivant donne la valeur d'une action en euros le 1er janvier de chaque année.

Année	1995	1996	1997	1998	1999
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4
Valeur de l'action en euros y_i	32	57	78	90	110

1) Représenter le nuage de points associé à la série statistique $(x_i ; y_i)$, le plan étant rapporté à un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm pour une année sur l'axe des abscisses, 1 cm pour 10 euros sur l'axe des ordonnées).

2) Le graphique permet d'envisager un ajustement affine.
   a. Calculer les coordonnées du point moyen G. Placer ce point sur le graphique précédent.
   b. Déterminer une équation de la droite de régression de y en x *(les calculs effectués à la calculatrice ne seront pas justifiés)*.
   c. En supposant que ce modèle reste valable jusqu'en 2003, quelle serait la valeur en euros, d'une action de cette société en 2003 ?

3) En fait, suite à un retournement de tendance, la valeur de l'action a commencé à baisser à partir de 1999 comme le montre le tableau suivant (valeur au 1er janvier) :

Année	1999	2000	2001	2002	2003
Rang de l'année x_i	4	5	6	7	8
Valeur de l'action en euros y_i	110	50	23	15	11

   a. Compléter le nuage de points à l'aide de ces nouvelles valeurs.
   b. Expliquer pourquoi l'ajustement précédent ne semble pas pertinent pour ces nouvelles données.

Partie B : étude d'une fonction

Soit f la fonction définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) \quad 18,9x \quad 35,6 & si\ x \in [0 ; 4] \\ f(x) = e^{-0,58 - 6,85} & si\ x \in]4 ; -\infty[\end{cases}$$

On suppose que f modélise l'évolution du cours de l'action à partir de l'année 0.

1) a. Dresser le tableau de variation de f sur $[0 ; 4]$.
   b. Déterminer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement ce résultat. Etudier les variations de f sur $]4 ; +\infty[$ puis dresser son tableau de variation sur cet intervalle.

2) Tracer la courbe Γ représentative de la fonction f sur le graphique précédent.
   f est-elle continue sur $[0 ; +\infty[$?

3) Calculer, arrondie au centième, la valeur moyenne de f sur l'intervalle $[5 ; 10]$ (on rappelle que la valeur moyenne d'une fonction f sur l'intervalle $[a ; b]$ est égale à $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx$).
   Interpréter ce résultat.

4) Résoudre l'inéquation : $f(x) < 1,5$.
   A partir de quelle année la valeur de l'action sera-t-elle inférieure à 1,5 euros ?