SUJET SORTI

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2006

Épreuve : **MATHÉMATIQUES**	Série : **Sciences Médico-Sociales (SMS)**
Durée de l'épreuve : **2 heures**	Coefficient : **2**

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

L'épreuve comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

EXERCICE

8 points

Questionnaire à choix multiple :

Cocher les bonnes réponses, il y en a au moins une par question. *Toute bonne réponse rapporte 1 point, toute erreur retire 0,5 point, l'absence de réponse ne retire rien.*
Si le total des points est négatif, la note de l'exercice sera ramenée à zéro.

1. Soient A et B deux événements tels que leurs probabilités vérifient : P(A) = P(B) = 0,2 et P(A∩B) = 0,1. Alors P(AUB) est égal à :

☐ 0,2 ☐ 0,3 ☐0,4 ☐ 0,5

2. La fonction f définie sur [1 ;12] par $f(x) = \dfrac{-x^2+3x-4}{x}$ a pour dérivée la fonction f' telle que $f'(x) =$:

☐ $-1+\dfrac{4}{x^2}$ ☐ $\dfrac{4-x^2}{x^2}$ ☐ $\dfrac{x^2-4}{x^2}$ ☐ $\dfrac{-2x+3}{1}$

3. On considère la fonction logarithme népérien notée ln.
ln27 est égal à :
☐ 3ln3 ☐ 9ln3 ☐ 27ln1 ☐ ln9 + ln3

4. On considère la fonction f définie sur [0,5 ;12] par $f(x)$=2ln$x$ et C sa courbe représentative dans un repère orthogonal.
Le coefficient directeur de la tangente à C au point d'abscisse 4 est :
☐ 2ln4 ☐ 0 ☐ 0,25 ☐ 0,5

5. Dans un classe de 20 élèves, 15 sont des filles, et il y a 8 élèves qui portent des lunettes. Par ailleurs un tiers des filles portent des lunettes.
On prend un élève au hasard.
a) la probabilité que cet élève soit une fille est de :

☐ $\dfrac{1}{15}$ ☐ 0,75 ☐ 0,125 ☐ 0,067 environ

b) la probabilité que ce soit un garçon et qu'il porte des lunettes est de :
☐ 0,6 ☐ 0,15 ☐ 0,4 ☐ 0,5

PROBLEME

12 points

Partie A

Soit f la fonction définie sur $[0 ; 7]$ par $f(x) = 12 + 3x - e^{0,5x}$.

1. a) Calculer $f'(x)$ et montrer que : $f'(x) = 3 - 0,5\, e^{0,5x}$.

   b) Résoudre l'inéquation $f'(x) \geq 0$.

   c) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

2. Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir les résultats à 0,1 près) :

x	0	1	2	3	$2 \ln 6$	4	5	6	7
$f(x)$		13,4				16,6	14,8	9,9	

3. Tracer la courbe représentative de f dans un repère orthogonal ;
   unités : 2 cm pour une unité en abscisses et 1 cm pour une unité en ordonnées.

Partie B

On introduit une substance S dans un liquide contenant un certain type de micro-organismes afin d'en stopper la prolifération.
On suppose que le nombre (en millions) de micro-organismes présents au bout du temps x (en heure) écoulé depuis l'introduction de la substance S est donné par l'expression :

$$f(x) = 12 + 3x - e^{0,5x}.$$

1. Quel est le nombre de micro-organismes au bout d'une heure ? au bout d'une heure et trente minutes ? (Arrondir les résultats à 100 000 près)

2. Au bout de combien de temps la population est-elle maximale ? Quelle est cette population maximale ?

3. Déterminer graphiquement durant combien de temps la population est supérieure ou égale à 12 millions (laisser apparents les traits de construction).

Nº 8

BACCALAURÉAT, SÉRIE SMS
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$; $V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$

$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$

$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A)$; $P(\Omega) = 1$; $P(\varnothing) = 0$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMETRIQUES*

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $S_n = n + 1$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

IV. ANALYSE

A. *PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES*

$ln\, 1 = 0$

$ln\, e = 1$

$ln\, ab = ln\, a + ln\, b$

$ln \frac{a}{b} = ln\, a - ln\, b$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = exp\, x = e^x$ équivaut à $x = ln\, y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$

$a^x = e^{x\, ln\, a}$ $(a > 0)$

$(e^a)^b = e^{ab}$

$ln\, a^x = x\, ln\, a$

Nº 8

SMS 1

B. *LIMITES USUELLES DE FONCTIONS*

Comportement à l'infini

$\lim_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim_{x \to -\infty} e^x = 0$

$\lim_{x \to +\infty} x^n = +\infty$; $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Croissances comparées à l'infini

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$, n entier naturel

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Comportement à l'origine

$\lim_{x \to 0} \ln x = -\infty$

C. *DÉRIVÉES ET PRIMITIVES* (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty,+\infty[$
x	1	$]-\infty,+\infty[$
$x^n,\ n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty,+\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\frac{1}{x^n},\ n \in \mathbb{N}^*$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty,+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$]-\infty,+\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	$]-\infty,+\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^n)' = nu^{n-1}u'$

D. *ÉQUATIONS DIFFERENTIELLES*

Équations	Solutions sur $]-\infty,+\infty[$
$y' - ay = 0$	$f(x) = ke^{ax}$