

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.
L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel, distribué par le centre d'examen, est autorisé.

EXERCICE 1 : (9 points)

SUJET SORTI

Le danger d'une exposition au bruit dépend de deux facteurs :

- le niveau sonore (x_i)
- la durée de l'exposition (y_i)

Le niveau sonore est exprimé en décibels, dont l'abréviation est dB.

Par exemple : 50 dB est le niveau habituel de conversation

85 dB est le seuil de nocivité (pour une exposition de 8 heures par jour).

Des durées limites d'exposition quotidienne à une phase bruyante ont été calculées et intégrées à la réglementation. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Niveau sonore en dB : x_i	Durée maximale d'exposition en heures par jour : y_i
$x_1 = 85$	$y_1 = 8$
88	4
91	2
94	1
97	0,5
100	0,25

Ainsi être exposé 8 heures à 85 dB est exactement aussi dangereux que d'être exposé 1 heure à 94 dB.

- 1°) a) Montrer que les six niveaux sonores donnés dans la première colonne du tableau ci-dessus sont en progression arithmétique.
b) On suppose que la progression reste la même. Déterminer le terme x_{13} .
- 2°) a) Montrer que les durées maximales d'exposition, exprimées en heures par jour, données dans la deuxième colonne sont en progression géométrique.
b) On suppose que la progression reste la même. Déterminer le terme y_{13} . Arrondir à la seconde la plus proche.
- 3°) a) On pose $z_i = \ln(y_i)$, où \ln désigne la fonction logarithme népérien.
Recopier puis compléter le tableau ci-dessous dans lequel on fera figurer les valeurs approchées de z_i arrondies à 10^{-3} près.

Niveau sonore x_i	85	88	91	94	97	100
$z_i = \ln(y_i)$	2,079					

b) Placer les points de coordonnées $(x_i; z_i)$ dans un repère orthogonal tel que l'intersection des axes a pour coordonnées $(85; 0)$; 0,5 cm représente 1 dB en abscisse et 1 cm représente 0,5 unité en ordonnées.

c) Les points du nuage semblent alignés.

Déterminer une équation de la droite \mathcal{D} passant par le point A d'abscisse 85 et le point B d'abscisse 94, sous la forme $z = ax + b$, où a et b sont calculés à 10^{-3} près.

CODE EPREUVE MAGBME1		EXAMEN : Baccalauréat Technologique	SPECIALITE : STL Biochimie - Génie biologique	
SESSION 2006	SUJET	EPREUVE : MATHEMATIQUES		
Durée : 2 h	Coefficient : 2	Code sujet : 06MB37	Page 1/2	

FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE (SÉRIES STL, STT)

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i ; \quad V(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^p n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) ; \quad P(\Omega) = 1 ; \quad P(\emptyset) = 0$$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \frac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMÉTRIQUES

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

$$\text{Si } b \neq 1, \quad S_n = 1 + b + b^2 + \dots + b^n = \frac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$$

$$\text{Si } b = 1, \quad S_n = n + 1$$

B. IDENTITÉS REMARQUABLES

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

C. ÉQUATION DU SECOND DEGRÉ

Soient a, b, c des nombres réels, $a \neq 0$, et $\Delta = b^2 - 4ac$.

L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet :

- si $\Delta > 0$, deux solutions réelles

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, une solution réelle double

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

- si $\Delta < 0$, aucune solution réelle.

Si $\Delta \geq 0$, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

IV. ANALYSE

A. PROPRIÉTÉS ALGÈBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES

1. Fonctions logarithme et exponentielle

$$\ln 1 = 0$$

$$\text{Si } x \in]-\infty, +\infty[\text{ et } y \in]0, +\infty[,$$

$$a^x = e^{x \ln a} \quad (a > 0)$$

$$\ln e = 1$$

$$y = \exp x = e^x \text{ équivaut à } x = \ln y$$

$$(e^a)^b = e^{ab}$$

$$\ln ab = \ln a + \ln b$$

$$e^0 = 1$$

$$\ln a^x = x \ln a$$

$$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$$

$$e^{a+b} = e^a e^b$$

$$e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$$

2. Fonctions puissances

$$x^\alpha = e^{\alpha \ln x} \quad (x > 0)$$

$$x^{\alpha+\beta} = x^\alpha x^\beta$$

$$(x^\alpha)^\beta = x^{\alpha\beta}$$

$$x^0 = 1$$

$$x^{\alpha-\beta} = \frac{x^\alpha}{x^\beta}$$

$$\text{Si } n \in \mathbf{N}^*, x \in]0, +\infty[\text{ et } y \in]0, +\infty[,$$

$$y = \sqrt[n]{x} \text{ équivaut à } x = y^n$$

B. LIMITES USUELLES DE FONCTIONS

Comportement à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = +\infty; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{x \rightarrow +\infty} x^\alpha = 0$$

Comportement à l'origine

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha = 0; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha = +\infty$$

Croissances comparées à l'infini

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty, n \text{ entier naturel}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^n} = 0, n \text{ entier naturel non nul}$$

C. **DÉRIVÉES ET PRIMITIVES** (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. **Dérivées et primitives des fonctions usuelles**

$f(x)$	$f'(x)$	Intervalle de validité
k	0	$]-\infty, +\infty[$
x	1	$]-\infty, +\infty[$
$x^n, n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty, +\infty[$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
$\frac{1}{x^n}, n \in \mathbb{N}^*$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$
$x^\alpha, \alpha \in \mathbb{R}$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$]0, +\infty[$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$]0, +\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty, +\infty[$

(SÉRIES F12, STL)

$\cos x$	$-\sin x$	$]-\infty, +\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	$]-\infty, +\infty[$

D. **CALCUL INTÉGRAL** (SÉRIES F12, STT)

Formule fondamentale

Si F est une primitive de f , alors $\int_a^b f(t)dt = F(b) - F(a)$

Formule de Chasles

$$\int_a^c f(t)dt = \int_a^b f(t)dt + \int_b^c f(t)dt$$

$$\int_b^a f(t)dt = -\int_a^b f(t)dt$$

Linéarité

$$\int_a^b (\alpha f(t) + \beta g(t))dt = \alpha \int_a^b f(t)dt + \beta \int_a^b g(t)dt$$

E. **ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES** (SÉRIE STL)

Équations	Solutions sur $]-\infty, +\infty[$
$y' - ay = 0$	$f(x) = ke^{ax}$

2. **Opérations sur les dérivées**

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = ku'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(u^\alpha)' = \alpha u^{\alpha-1} u'$$

Positivité

Si $a \leq b$ et $f \geq 0$, alors $\int_a^b f(t)dt \geq 0$.

Intégration d'une inégalité

Si $a \leq b$ et $f \leq g$, alors $\int_a^b f(t)dt \leq \int_a^b g(t)dt$

Valeur moyenne de f sur $[a, b]$: $\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t)dt$