Session 2006

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SCIENCES ET TECHNOLOGIES INDUSTRIELLES

Génie Électronique

Génie Électrotechnique

Génie Optique

MATHÉMATIQUES

Durée : 4 heures **Coefficient : 4**

L'usage des calculatrices est autorisé pour cette épreuve.

Le candidat doit traiter les deux exercices et le problème.
Il sera tenu compte de la clarté des raisonnements et de la qualité de la rédaction dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis assurez-vous qu'il est complet, que toutes les pages sont imprimées.

Le formulaire officiel de mathématiques est distribué en même temps que le sujet.

Une feuille de papier millimétré sera mise à la disposition des candidats.

EXERCICE 1 **(5 points)**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O;\vec{u},\vec{v})$ (unité graphique : 2 cm).
Soient les nombres complexes $z_1=\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ et $z_2=1+i\sqrt{3}$.

1) **a)** Déterminer le module et un argument des nombres z_1 et z_2.

b) Placer les points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2.

2) Soit Z le nombre complexe tel que $Z=\frac{z_2}{z_1}$.
Écrire Z sous forme exponentielle, en déduire une mesure en radians de l'angle θ de la rotation de centre O qui transforme A en B.

3) **a)** Écrire Z sous forme trigonométrique.

b) En utilisant les formes algébriques de z_1 et z_2, déterminer la forme algébrique de Z.

c) En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et de $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

EXERCICE 2 **(4 points)**

Un commercial vend entre 0 et 4 voitures d'un certain modèle en une semaine. Soit X la variable aléatoire qui, pour une semaine, donne le nombre de voitures vendues. X suit la loi de probabilité ci-dessous :

Nombre de voitures vendues	0	1	2	3	4
$p(X=k)$	0,26	0,23		0,15	0,05

1) Calculer la probabilité de vendre exactement deux voitures en une semaine.

2) Justifier que la probabilité de vendre au moins deux voitures en une semaine est égale à 0,51.

3) Donner une représentation graphique de la fonction de répartition F de cette loi dans un repère convenablement choisi.

4) Calculer l'espérance mathématique de cette variable aléatoire. En déduire le nombre moyen de voitures vendues en une année (c'est-à-dire 52 semaines).

5) Le prix de vente d'une voiture est de 13 500 €. Le vendeur perçoit une commission de 0,4 % sur le prix de vente pour chaque voiture vendue.
Déterminer le montant moyen de la commission perçue en un an.

PROBLÈME **(11 points)**

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O\,;\vec{i},\vec{j})$ (unité graphique : 2 cm).

Soit une fonction f définie sur un intervalle I. On a déterminé expérimentalement des valeurs de f qui ont permis d'obtenir une partie de la courbe (C), représentative de la fonction f, et sa tangente (T) au point O (voir feuille annexe page 4/4).

Partie A :

1) À l'aide du graphique, déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.

2) On admet que l'expression de $f(x)$ est de la forme $f(x)=ax+b-\ln(10x+1)$ où a et b sont des réels.

a) Déterminer $f'(x)$ en fonction de a.

b) En utilisant les résultats du **1)**, déterminer les réels a et b.

Partie B :

On admet désormais que la fonction f est définie sur l'intervalle $I=\left]-0{,}1\,;10\right]$ par $f(x)=0{,}5x-\ln(10x+1)$.

1) Calculer $\lim\limits_{\substack{x\to -0{,}1\\ x>-0{,}1}} f(x)$. Que peut-on en déduire pour la courbe (C) représentant f ?

2) Calculer la fonction f' dérivée de la fonction f. Montrer que $f'(x)$ a le même signe que $5x-9{,}5$ sur l'intervalle I.
Étudier le signe de $f'(x)$ sur l'intervalle I.

3) Dresser le tableau de variations de la fonction f.

4) Justifier que l'équation $f(x)=0$ a dans l'intervalle $[6\,;10]$ une solution unique, que l'on notera α.
Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-2}.

5) Soit F la fonction définie sur l'intervalle $I=\left]-0{,}1\,;10\right]$ par : $F(x)=0{,}25x^2+x-(x+0{,}1)\ln(10x+1)$

a) Démontrer que F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I.

b) Calculer l'intégrale $J=\int_0^1 f(x)dx$. On donnera la valeur exacte.

c) On considère dans le repère défini initialement, l'ensemble des points M de coordonnées $(x\,;y)$ tels que : $\begin{cases} 0\le x\le 1 \\ f(x)\le y\le 0 \end{cases}$
Utiliser la question précédente pour déterminer l'aire $\mathcal{A}$ en cm^2 de cette région. On en donnera la valeur décimale arrondie à 10^{-2} près.

Annexe (problème)