

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

INFORMATIQUE DE GESTION

Options : - Développeur d'applications
- Administrateur de réseaux locaux d'entreprise

SESSION 2008

SUJET

ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES I

Durée : 3 heures

coefficient : 2

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :

« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet. Il comprend :

- 4 pages numérotées de la page 1/4 à 4/4.
- le formulaire de mathématiques composé de 4 pages.

E2 : MATHÉMATIQUES I

Durée : 3 heures

Coefficient : 2

ÉPREUVE OBLIGATOIRE

_____ Le (la) candidat (e) doit traiter tous les exercices. _____

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices est autorisé.

_____ Le formulaire officiel de mathématique est joint au sujet. _____

EXERCICE N° 1

(5 points)

Sur un parking d'hôpital, les stationnements ne sont autorisés que dans les cas suivants :

- en semaine, hors des places réservées, pour le personnel ;
- en semaine, moins d'une heure, hors des places réservées, pour les visiteurs ;
- le dimanche, sur les places réservées, pour le personnel ;
- le dimanche, sans condition de durée, hors des places réservées.

1. On définit les variables booléennes p , d , h , r , et a , définies pour tout individu x par les conditions :

- $p = 1$ si x est un membre du personnel ;
- $d = 1$ si x veut stationner un dimanche ;
- $h = 1$ si x veut stationner moins d'une heure ;
- $r = 1$ si x veut stationner sur une place réservée ;
- $a = 1$ si x a l'autorisation de stationner.

- a) Quels sont les individus pour lesquels $\bar{p}dh = 1$?
- b) Par quel booléen peut-on remplacer la phrase : « un membre du personnel désire stationner toute la journée sur une place réservée » ?
- c) Ecrire a en fonction de p , d , h et r , sous forme d'une somme de quatre termes

2. Dans cette question, on s'intéresse seulement aux visiteurs.

- Quelle valeur prend alors le booléen p ? Montrer que, dans ce cas, $a = d\bar{r} + \bar{d}h\bar{r}$.
- À l'aide d'une table de Karnaugh, simplifier a sous forme d'une somme de 2 termes, chaque terme étant un produit de 2 facteurs.
- Un visiteur désire passer deux heures avec sa femme hospitalisée un mercredi après-midi. Peut-il se garer sur le parking de l'hôpital ? Justifier la réponse.

3. Dans cette question, on s'intéresse seulement aux membres du personnel.

- Montrer, par un calcul détaillé, que $a = d + \bar{r}$.
- En déduire une expression de \bar{a} .
- Donner le règlement s'appliquant aux membres du personnel sous forme d'une interdiction.

EXERCICE N° 2 (6 points)

Les parties A, B, C sont indépendantes.
Les probabilités demandées seront arrondies au millième.

Partie A

Les robots de cuisine « Cook » sont fabriqués dans deux usines, une à Albi, l'autre à Bordeaux. 60% d'entre eux viennent d'Albi, et 1,7 % de ceux-ci sont défectueux. Le reste est fabriqué à Bordeaux, et 5% de la production bordelaise est défectueuse.

On notera A l'événement : « le robot vient d'Albi ».

On notera B l'événement : « le robot vient de Bordeaux ».

On notera D l'événement : « le robot est défectueux ».

On pourra s'aider d'un tableau à double entrée, ou d'un arbre, pour répondre aux questions suivantes :

- Un client reçoit un robot. Calculer la probabilité qu'il soit défectueux.
- Le robot reçu est défectueux. Calculer la probabilité qu'il vienne de Bordeaux.

Partie B

On note C la variable aléatoire égale au coût de réparation d'un robot défectueux, exprimé en euros. On admet que C suit la loi normale $\mathcal{N}(60 ; 10)$.

- Calculer la probabilité $P(C > 54)$.

Déterminer le réel h tel que $P(60 - h \leq C \leq 60 + h) = 0,85$.

Partie C

Pour la fête des mères, un commerçant a commandé un lot de 100 robots.

On admet que chaque robot a une probabilité 0,03 d'être défectueux, et que les états des robots sont indépendants les uns des autres.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque lot de 100 robots, associe le nombre de robots défectueux dans le lot.

1. Quelle est la loi suivie par X ? Justifier.
2. Calculer la probabilité $P(2 \leq X < 5)$.
3. On approche la loi de X par une loi de Poisson Y de paramètre $\lambda = 3$.
 - a) Justifier la valeur choisie pour λ .
 - b) Calculer $P(2 \leq Y < 5)$.
 - c) Calculer $P(Y \geq 5)$.

EXERCICE N° 3

(9 points)

Partie A

La chaîne d'hypermarchés CARCHAN commercialise des VTT. On a relevé le nombre (y_i) de VTT vendus en un mois, selon le prix proposé (x_i , en euros). Les données sont fournies dans le tableau suivant.

x_i	90	120	150	180	210	240	270	300
y_i	319	258	203	164	133	105	83	69

1. Représenter le nuage de points de la série $(x_i; y_i)$. Un ajustement linéaire ne semblant pas judicieux, on se propose alors d'effectuer un ajustement linéaire pour la série $(x_i; z_i)$, où $z_i = \ln y_i$.
2. Dans le tableau suivant, compléter les valeurs de z_i , arrondies au centième.

x_i	90	120	150	180	210	240	270	300
z_i	5,77							

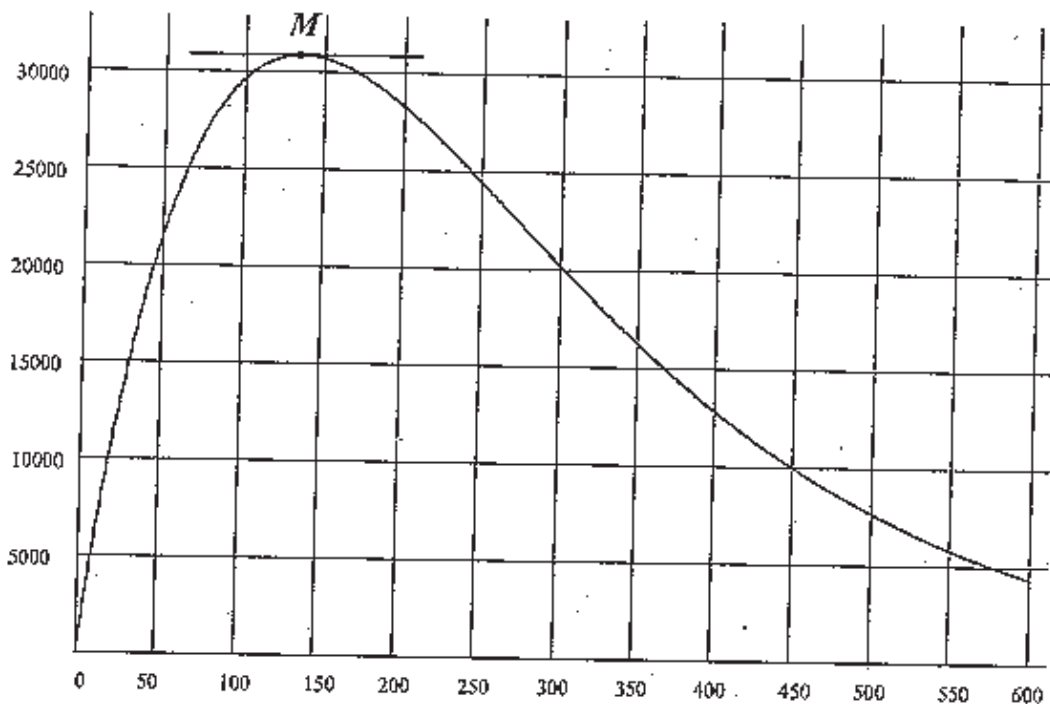
3. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire r de cette série, ainsi qu'une équation de la droite de régression de z en x sous la forme $z = mx + p$.
Les réels r , m , p seront arrondis au dix-millième.
4. En déduire qu'on peut estimer le nombre y de VTT vendus en un mois en fonction du prix x proposé par une formule du type : $y = ae^{bx}$, où a et b sont deux réels que l'on déterminera.
(a sera arrondi à l'unité, et b au dix-millième).

Partie B

La société CARCHAN décide de ne commercialiser qu'un seul type de VTT. On admet que le nombre y de VTT vendus en un mois dans les hypermarchés de la société est donné par la formule :

$$y = f(x) = 621 e^{-\frac{x}{135}}, \text{ où } x, \text{ réel positif, est le prix de vente (en euros) d'un VTT.}$$

- La société décide de ne pas commercialiser de VTT dont le prix trop élevé entraînerait un nombre mensuel de vente inférieur à 30. Calculer, à un euro près, le prix de vente unitaire à ne pas dépasser pour qu'il en soit ainsi.
- Soit la fonction g définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par : $g(x) = x f(x) = 621 x e^{-\frac{x}{135}}$.
 - Que représente $g(x)$ du point de vue économique ?
 - Montrer que $g'(x) = 4,6 e^{-\frac{x}{135}} \times (135 - x)$.
 - Etudier les variations et dresser le tableau de variations de la fonction g sur l'intervalle $[0, +\infty[$. (On admettra que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0$.)
- La courbe représentative de la fonction g est donnée ci-après.



- Résoudre graphiquement l'inéquation : $g(x) \geq 15000$.
- Préciser, à l'aide de la question 2, les coordonnées du point M arrondies à l'entier le plus proche.
- Interpréter les coordonnées précédentes.