

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

INFORMATIQUE DE GESTION

Options : - Développeur d'applications
- Administrateur de réseaux locaux d'entreprise

SESSION 2009

SUJET

ÉPREUVE E2 – MATHÉMATIQUES I

Durée : 3 heures

coefficient : 2

Calculatrice autorisée, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :

« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet. Il comprend :

- 4 pages numérotées de la page 1/4 à 4/4 ;
- le formulaire de mathématiques composé de 4 pages.

EXERCICE N°1**(7 points)**

Une entreprise fabrique et conditionne des steaks hachés. Deux indications figurent sur les emballages. La première est : « Poids net à l'emballage : 125 grammes », et la deuxième : « Maximum 5 % de matières grasses ».

1. On suppose que la variable aléatoire X qui, à tout steak pris au hasard dans la production, associe son poids en grammes, suit une loi normale de moyenne 135 et d'écart-type 15. Les poids des différents steaks sont indépendants les uns des autres. Sur la chaîne d'emballage, un steak est jugé de « poids non conforme » si son poids est inférieur à 120 grammes et, dans ce cas, il est reconditionné.
 - a) Montrer, en détaillant les calculs, que la probabilité qu'un steak soit de « poids non conforme », arrondie à la quatrième décimale, est égale à 0,1587.
 - b) Les steaks sont vendus par boîtes de deux et les deux steaks d'une boîte sont choisis au hasard et de façon indépendante dans la production. On choisit une boîte au hasard. Calculer la probabilité des événements suivants :
 A : « la boîte contient deux steaks de « poids non conforme » ;
 B : « la boîte contient au moins un steak de « poids non conforme ».
2. L'entreprise conditionne deux tonnes de viande par jour, soit 16 000 steaks. On note Y la variable aléatoire qui, à chaque jour, associe le nombre de steaks de « poids non conforme »
 - a) Quelle est la loi de probabilité de la variable Y ? Donner ses paramètres, puis calculer son espérance, arrondie au dixième, et son écart-type, arrondi au millième.
 - b) On approxime la variable Y par une variable Z qui suit une loi normale de paramètres $m = 2539$ et $\sigma = 46$.
En utilisant cette approximation, calculer la probabilité que Y soit compris entre 2500 et 2600, c'est-à-dire le nombre $P(2499,5 \leq Z \leq 2600,5)$.
3. On constate que 1 % du stock ne présente pas le taux de matières grasses annoncé. On prélève un échantillon de 50 steaks au hasard dans la production. On assimile ces prélèvements à 50 tirages aléatoires indépendants avec remise. On note L la variable aléatoire qui, à tout échantillon de 50 steaks ainsi choisis, associe le nombre de steaks dont le taux de matières grasses est non conforme.
 - a) Quelle est la loi suivie par la variable aléatoire L ? Justifier la réponse et donner les paramètres de cette loi.
 - b) On approche la variable L par une variable aléatoire M qui suit la loi de Poisson de paramètre 0,5.
En utilisant cette approximation, calculer, avec la précision permise par la table, la probabilité que le nombre de steaks dont le taux de matières grasses est non conforme ne dépasse pas 2.

EXERCICE N°2**(9 points)**

Une entreprise utilise de l'acier comme matière première. Afin d'optimiser ses coûts et d'éviter l'influence de trop fortes variations des cours de l'acier, elle décide de passer des commandes à ses fournisseurs à long terme. Le tableau suivant récapitule les consommations y_j , exprimées en milliers de tonnes, pour les 10 dernières années (j est compris entre 1 et 10).

Année i	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008
Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Consommation y_i	0,9	1,03	1,20	1,39	1,61	1,87	2,21	2,40	2,73	3,37

Partie A

- Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage associé à la série statistique (x_i, y_i) .
- Déterminer le coefficient de corrélation linéaire r_y , arrondi au millième, de cette série.
- Donner une équation de la droite de régression de y en x par la méthode des moindres carrés. (Arrondir les coefficients à la quatrième décimale.)
- En utilisant cet ajustement affine, quelle consommation, exprimée en milliers de tonnes, peut-on prévoir en 2013 et en 2018 ?

Partie B

On étudie dans cette partie la série double (x_i, z_i) , où x_i et y_i sont les valeurs du tableau précédent, et $z_i = \ln y_i$.

- Reproduire et compléter le tableau suivant, en arrondissant les résultats au millième :

Rang x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$z_i = \ln y_i$	-0,105									

- Laquelle des deux séries, (x_i, y_i) ou (x_i, z_i) , relève le mieux d'un ajustement affine ? Justifier la réponse.
- On prendra pour équation de la droite de régression de z en x l'équation : $z = 0,14x - 0,25$. On rappelle que $z = \ln y$. Déduire de cette équation une expression de y de la forme : $y = Be^{Ax}$, où A et B sont des constantes que l'on déterminera et que l'on arrondira au centième.

Partie C

On considère que la fonction numérique f définie sur l'intervalle $[0, 20]$ par : $f(x) = 0,78e^{0,14x}$, est un modèle satisfaisant pour estimer la consommation d'acier de l'entreprise jusqu'en 2018.

- Calculer la fonction dérivée de f , étudier son signe, et dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0, 20]$.
- À partir de ce modèle, quelle consommation peut-on prévoir pour les années 2013 et 2018 ? Comparer avec les résultats obtenus dans la partie A.
- Vérifier que la fonction numérique F définie par : $F(x) = \frac{39}{7}e^{0,14x}$, est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0, 20]$.
- En utilisant ce modèle, calculer à l'aide de la fonction F , la consommation annuelle moyenne d'acier que l'on peut prévoir pour la période $[2008, 2018]$ (en milliers de tonnes).

EXERCICE N°3**(4 points)**

Le responsable du rayon primeurs d'un supermarché décide de réaliser une enquête sur les critères de choix des clients concernant l'achat des bananes. Il retient trois critères, associés à trois variables booléennes :

a : bananes vertes (\bar{a} : bananes « tigrées ») ;

b : bananes de gros calibre (\bar{b} : bananes de petit calibre) ;

c : bananes « bio » provenant du commerce équitable (\bar{c} : bananes bon marché).

Après dépouillement d'un questionnaire, il apparaît que les clients achètent des bananes :

- si elles proviennent du commerce équitable et sont vertes ;
- ou si elles sont de gros calibre et tigrées ;
- ou si elles sont vertes et bon marché.

1. Traduire par une expression booléenne E des trois variables a , b , c l'ensemble des critères d'achat.
2. a) Dresser un tableau de Karnaugh de l'expression E , puis en donner une expression simplifiée.
b) Traduire par une phrase cette expression simplifiée.
3. a) Montrer à l'aide du calcul booléen que $E = a + b$.
b) En déduire une expression de \bar{E} , et traduire cette expression par une phrase.