BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR
INFORMATIQUE DE GESTION

Options : - Développeur d'applications
- Administrateur de réseaux locaux d'entreprise

SESSION 2008

<u>SUJET</u>

ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES II

Durée : 1 heure **coefficient : 1**

<u>Calculatrice autorisée</u>*, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :*
« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.
Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet. Il comprend :

- **2 pages numérotées de la page 1/2 à 2/2,**
- **le formulaire de mathématiques composé de 4 pages.**

BTS INFORMATIQUE DE GESTION **SESSION 2008**

EF2 : MATHÉMATIQUES II

Durée : 1 heure **Coefficient : 1**

ÉPREUVE FACULTATIVE

—— Le (la) candidat (e) doit traiter tous les exercices. ——

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'usage des calculatrices est autorisé.

—— Le formulaire officiel de mathématique est joint au sujet. ——

EXERCICE N° 1 (12 points)

Partie A

On se propose de résoudre, sur l'intervalle $[0;+\infty[$, l'équation différentielle:

$$(E) : \ (1+2x)y'+2y=4x-5.$$

a) Résoudre d'abord l'équation différentielle : (E') $(1+2x)y'+2y=0$.

b) Déterminer une solution particulière y_0 de (E) sous la forme : $y_0(x)=ax+b$, où a et b sont deux réels que l'on déterminera.

c) En déduire toutes les solutions de (E).

d) Parmi toutes les solutions de (E), déterminer la solution f telle : $f(0)=1$.

Partie B

On considère la fonction f, définie pour tout réel positif x, par : $f(x) = x - 3 + \dfrac{4}{1+2x}$.

a) Calculer la valeur exacte de l'intégrale : $I = \int_0^{0,1} f(x)\ \mathrm{d}x$.

b) Déterminer le développement limité à l'ordre 2 de $\dfrac{1}{1+2x}$ au voisinage de 0.

c) En déduire le développement limité à l'ordre 2 de f au voisinage de 0.

d) Calculer la valeur exacte de l'intégrale : $J = \int_0^{0,1} \left(1 - 7x + 16x^2\right)\ \mathrm{d}x$.

e) J est-elle une valeur approchée à 10^{-3} près de I ?

EXERCICE N° 2 **(8 points)**

Une entreprise qui fabrique des tiges filetées proposait à ses clients des tiges dont la longueur moyenne était de 510 mm. Après avoir remplacé le robot qui les fabriquait par une machine plus récente, l'entreprise reçoit des réclamations de quelques clients qui se plaignent que la longueur moyenne des tiges n'est plus la même. Avant de procéder à des investigations coûteuses, l'entreprise décide de procéder à un test bilatéral à partir d'une étude statistique, pour vérifier l'hypothèse que la longueur moyenne des tiges qu'elle fabrique n'a pas changé.

À cet effet, elle prélève un échantillon de 400 tiges dans sa production. Les valeurs approchées, arrondies au millième, de la moyenne m_e et de l'écart-type σ_e des longueurs des tiges de cet échantillon sont respectivement $m_e = 509,45\ mm$ et $\sigma_e = 4,375\ mm$.

1) On note m la longueur moyenne des tiges de l'ensemble de la production et σ son écart-type . Donner une estimation ponctuelle de σ, arrondie au millième.

2) Soit Z la variable aléatoire qui, à tout échantillon aléatoire non exhaustif de 400 tiges prélevées dans l'ensemble de la production, associe la longueur moyenne des tiges de cet échantillon.
On admet que Z suit la loi normale de moyenne m et d'écart-type 0,2190.
   a) Ecrire deux hypothèses alternatives H_0 et H_1 permettant de tester l'hypothèse selon laquelle la longueur moyenne des tiges est toujours de 510 mm.
   b) Déterminer la région d'acceptation, sous l'hypothèse H_0 , au seuil de risque de 5%.
   c) Enoncer la règle de décision.
   d) Utiliser le test avec l'échantillon choisi, et conclure.