BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR
INFORMATIQUE DE GESTION

Options : - Développeur d'applications
- Administrateur de réseaux locaux d'entreprise

SESSION 2009

SUJET

ÉPREUVE EF2 – MATHÉMATIQUES II

Durée : 1 heure **coefficient : 1**

<u>Calculatrice autorisée</u>, conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 :
« Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique, à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante, sont autorisées.
Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices sont interdits ».

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet. Il comprend :

- **2 pages numérotées de la page 1/2 et 2/2.**
- **le formulaire de mathématiques composé de 4 pages.**

EXERCICE N°1 (7 points)

On considère l'équation différentielle (E) : $y'+y=\frac{1}{1+e^x}$, où y désigne une fonction numérique de la variable réelle x, définie et dérivable sur $\mathbf{R}$, et où y' désigne sa fonction dérivée.

1. Résoudre l'équation différentielle (E_1) : $y'+y=0$.
2. Vérifier que la fonction f, définie sur $\mathbf{R}$ par : $f(x)=e^{-x}\ln(1+e^x)$, est une solution particulière de l'équation (E).
3. Résoudre l'équation (E).
4. Déterminer la solution g de l'équation (E) vérifiant la condition : $g(0)=0$.

EXERCICE N°2 (13 points)

Une usine fabrique des composants électroniques A et B. Les deux variables aléatoires réelles T_A et T_B qui associent aux composants A et B leur temps de bon fonctionnement respectifs, exprimés en heures, suivent des lois exponentielles de paramètres respectifs λ_A et λ_B.
Dans l'exercice, toutes les probabilités seront arrondies au millième.

1. Pour le composant A, on sait que l'espérance de vie (ou M.T.B.F.) est de 25000 heures.
   a) Quelle est la valeur du paramètre λ_A ?
   b) Au bout de combien de temps 30 % des composants A auront-il leur première défaillance ? (Arrondir à l'heure.)

2. Pour le composant B, on donne $\lambda=0{,}0001$.
   a) Quelle est l'espérance de vie (ou M.T.B.F.) du composant B ?
   b) Quelle est la probabilité qu'un composant B fonctionne plus de 10000 heures ?
   c) Quelle est la probabilité qu'il ait sa première défaillance entre 5000 et 10000 heures ?
   d) Sachant qu'il a fonctionné 5000 heures, quelle est la probabilité qu'il tombe en panne entre 5000 et 10000 heures ?

3. On monte deux composants B en série. (Pour que le montage fonctionne, il faut que les deux composants fonctionnent.) On suppose que les risques de panne sont indépendants d'un composant à l'autre.
   a) Déterminer, pour un tel montage, la fonction de fiabilité R définie pour tout réel t par : $R(t)=P(T\geq t)$.
   b) En déduire l'espérance de vie (ou M.T.B.F.), exprimée en heures, de ce système.

4. Dans cette question, on met deux composants B en parallèle. (Pour que le montage soit en panne, il faut que les deux composants soient en panne.) On suppose à nouveau que les risques de panne sont indépendants.
   a) Déterminer, pour un tel montage, la fonction de défaillance F, définie pour tout réel t par : $F(t)=P(T\leq t)$.
   b) Quelle est la probabilité pour que ce montage tombe en panne avant 10000 heures ?