



TEST N°4
NOVEMBER 30TH 2012

EIPACA
Manosque
Tle ES

Exercise 1 Bac ES Métropole juin 2011

On a production line of new-born babies' garments, a statistical study has shown that :

- 12% of the produced garments have a colour defect,
- among the garments having a colour defect, 20 % have a shape defect,
- among the garments having no colour defect, 8% have a shape defect.

We denote C the event « the garment has a colour defect » and \bar{C} its complement event.

We denote S the event « the garment has a shape defect » and \bar{S} its complement event.

An employee chooses randomly one garment, in a set of garments which conforms to the previous study.

1. Express these data in the form of a weighted probability tree.
2. a. Calculate the probability that the chosen garment has a colour defect and a shape defect.
b. Calculate the probability that the chosen garment has a shape defect.
c. Are the events S and C independent? Justify.
3. The Director of the fabric declares that 92% of the produced garments have no defect. Is this statement true ? Explain.
4. The employees are allowed to buy garments at a discounted price. One of them choses randomly three garments. The number of produced garments is large enough to consider the three choices like independent.

What is the probability that none of the garments has a defect ? (Give a rounded value to 10^{-3}).

Exercise 2 Bonus 4 extra points

A tennis match is played with two winning sets (the match ends as soon as one of the players has won 2 sets). A match can thus have 2 or 3 sets.

Two players A and B have played against each other during the previous years and A has won four sets out of ten on average. The result of one set is independent of the other ones.

1. Prove that the probability for A to win a match against B is 0,352.
2. A and B are now playing 3 matches in a row.
 - a. Represent with a tree all the possible outcomes of this succession of matches.
 - b. What is the probability of the events :
D= « A wins exactly two matches ? »
E= « A wins at least one match ? »

Exercice 1

Exercice 2 5 points

1. Arbre pondéré :

2. a) Probabilité que le vêtement choisi ait un défaut dans la couleur et un défaut dans la forme, $p(C \cap F)$:

$$p(C \cap F) = p_C(F) \times p(C) = 0,2 \times 0,12 = 0,024$$

b) Probabilité que le vêtement choisi ait un défaut dans la forme, $p(F)$:

$$p(F) = p(F \cap C) + p(F \cap \bar{C}) = p_C(F) \times p(C) + p_C(\bar{F}) \times p(\bar{C}) = 0,2 \times 0,12 + 0,08 \times 0,88 = 0,0944$$

c) Les événements C et F ne sont pas indépendants, car :

$$p(C \cap F) = 0,024 \neq 0,011328 = 0,12 \times 0,0944 = p(C) \times p(F)$$

3. La probabilité que les vêtements fabriqués ne présentent aucun défaut est $p(\bar{C} \cap \bar{F})$:

$$p(\bar{C} \cap \bar{F}) = 0,88 \times 0,92 = 0,8096$$

Ainsi, 80,96% des vêtements fabriqués ne présentent aucun défaut. L'affirmation du directeur est donc fausse.

4. Les employés de l'usine sont autorisés à acheter des vêtements à tarif préférentiel.

L'un d'entre eux choisit au hasard trois vêtements. Le nombre de vêtements fabriqués est suffisamment grand pour considérer que les trois choix sont indépendants.

Nous sommes en présence d'un schéma de Bernoulli : les événements sont indépendants, il y a succès : « les vêtements fabriqués ne présentent aucun défaut » et échec.

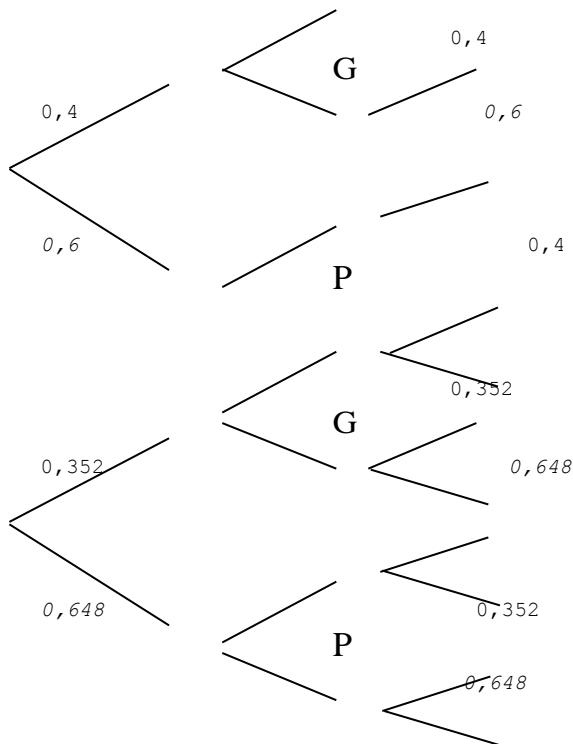
Les paramètres sont : $p = 0,8096$ et $n = 3$ et X est la variable aléatoire donnant le nombre de succès, c'est-à-dire le nombre de vêtement sans défaut.

Ainsi :

$$p(X = 3) =$$

0,33

Exercice 2. (6 points)



G

$$1. P(A) = P(G \cap G) + P(G \cap P \cap G) + P(P \cap G \cap G) = 0,4 \times 0,4 + 0,4 \times 0,6 \times 0,4 + 0,6 \times 0,4 \times 0,6 = 0,352$$

0,352 G GGG

G

P

G

P

$$2. P(D) = P(G \cap G \cap P) + P(G \cap P \cap G) + P(P \cap G \cap G) = 3 \times 0,352^2 \times 0,648 \approx 0,24$$

\bar{E} = « A perd tous les matchs »

$$P(\bar{E}) = P(P \cap P \cap P) = 0,648^3 = 0,272$$

donc $P(E) = 1 - P(\bar{E}) \approx 0,728$

0,648 P PPP