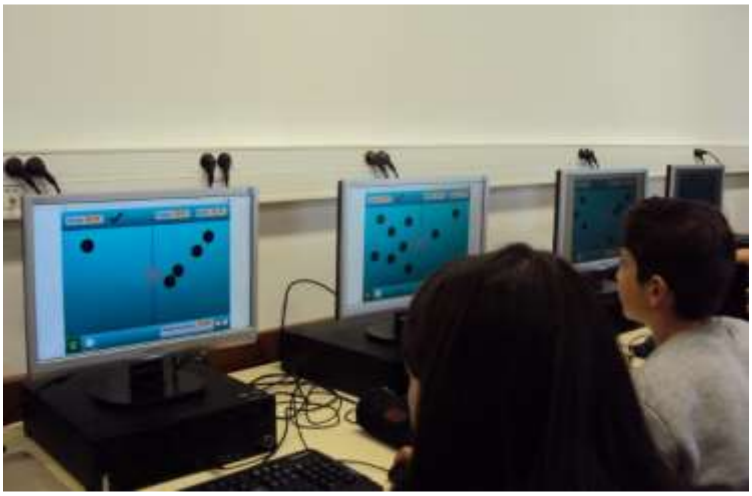
Retour sur l'expérimentation du jeu « Boules et billes »

L'expérimentation a été menée dans une classe de cinquième de 25 élèves du collège Les Écrins d'Embrun en classe entière, en salle informatique avec 1 à 2 élèves par poste.

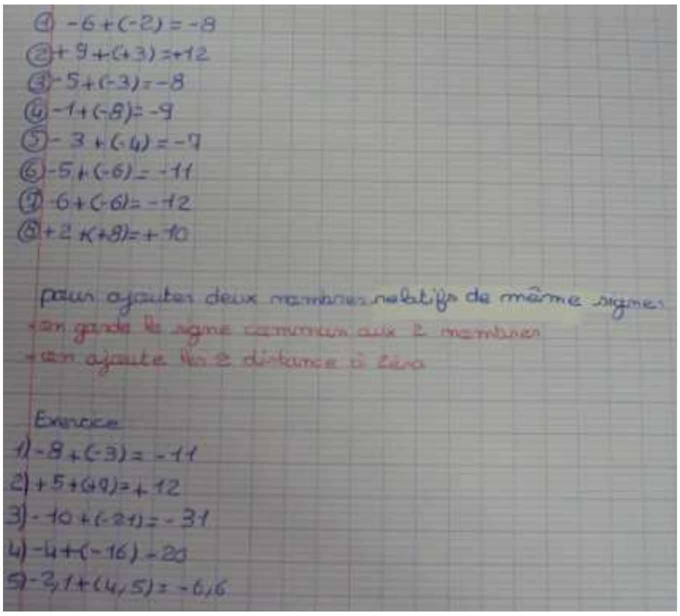


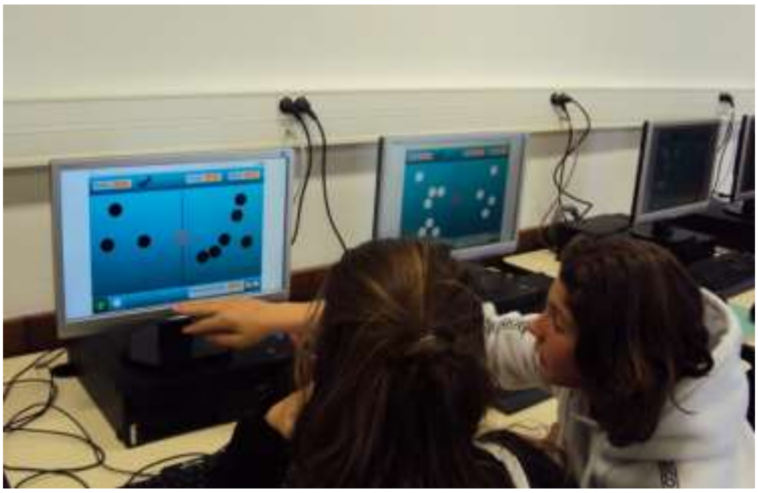
<u>Niveau 1</u> : Addition de deux nombres relatifs de même signe

Tous les élèves sont entrés très facilement dans la tâche et ont compris rapidement que le but du jeu était de compter le nombre total de boules présentes à l'écran (distance à zéro) et de faire bien attention à la couleur (signe) pour donner le résultat.

A partir de la partie 11, les nombres à additionner apparaissent à l'écran sous forme chiffrée. La plupart des élèves n'ont alors plus compté le nombre de boules mais se sont servis de ces nouvelles données. Ils étaient donc déjà dans l'application de la règle d'addition de deux nombres relatifs de même signe : on regarde quelle est la couleur des boules présentes (signe) et on effectue une addition.

La verbalisation par les élèves de cette règle a été simple et rapide.





Niveau 2 : Addition de deux nombres relatifs de signes contraires

Encore une fois, tous les élèves sont entrés facilement dans la tâche. L'explosion en a surpris plus d'un et a apporté un côté ludique que les élèves ont beaucoup apprécié et qui a suscité de la motivation. Son codage (– 1 + 1 = 0) n'a pas posé de problème.

A partir du niveau 6, les nombres à additionner apparaissent à l'écran sous forme chiffrée. Assez rapidement après le niveau 6 mais à des moments différents selon les élèves, ceux-ci ont fini par se lasser de faire exploser les boules. Ils ont réussi à s'affranchir de l'explosion et à donner directement le résultat. Là encore, par lassitude de manipulations vite lourdes, ils sont entrés intuitivement dans la modélisation pour accéder plus rapidement au résultat et ont donc naturellement appliqué la règle d'addition de deux nombres relatifs de signes contraires : on regarde quelle est la couleur des boules les plus nombreuses (signe) et on effectue une soustraction.

La verbalisation de la règle a nécessité de faire plusieurs fois reformuler les phrases des élèves qui avaient tendance à utiliser la formulation « on repère le plus grand nombre » (induite par le dénombrement des boules) en lieu et place de « on repère le nombre qui a la plus grande distance à zéro » (s'appuyant sur la droite des nombres positionnée à l'écran). Il est important de lever cette ambiguïté en asseyant cette dernière formulation.

Bilan (évaluation) :

Les deux compétences « Additionner deux nombres relatifs de même signe » et « Additionner deux nombres relatifs de signes contraires » ont été évaluées lors d'un contrôle d'une heure sur plusieurs notions.

Les résultats sont excellents puisque sur 24 élèves, seuls 2 ne maîtrisent pas encore suffisamment l'addition de deux nombres relatifs.

Niveau 3 : Soustraction de deux nombres relatifs de même signe lorsque la distance à zéro du premier terme de la soustraction est supérieure à celle du deuxième

Ce niveau n'a posé aucun problème aux élèves et a permis de donner du sens à des soustractions du type :

$$(-5)-(-3)$$

La règle n'a pas été formulée à ce moment-là.

Niveau 4 : Soustraction de deux nombres relatifs (cas général)

Ce niveau est délicat et représente un saut conceptuel important.

Les élèves sont entrés dans la tâche très facilement d'autant plus qu'ils connaissaient déjà le but du jeu mais ont eu du mal au début à comprendre comment faire ces soustractions « impossibles » ainsi que le rôle de l'anti-explosion.

Certains ont compris seuls, pour d'autres, les mises au point et échanges collectifs sur les situations issues du jeu et reprises au tableau par le professeur ont été indispensables.

En particulier, l'explication du rôle de l'anti-explosion (ajouter des zéros, ce qui ne change pas le calcul initial mais permet d'effectuer la soustraction) a permis à plusieurs élèves d'avoir une vraie réflexion et non plus une démarche essais-erreurs pour trouver le résultat.

L'exemple suivant permet de bien comprendre que finalement, enlever deux boules noires revient à ajouter deux boules blanches.

○○○○○ – ●● = ○○○○○○○●● – ●●
= ○○○○○○○

Très souvent, lorsque les élèves avaient un exemple du type :

○○ – ○○○○○

Ils choisissaient étonnamment la solution 2 plutôt que la solution 1 ci-dessous. Bien que les deux stratégies aient été discutées et validées, la prévalence de la deuxième nous a bien arrangés.

<u>Solution 1</u> : ajout du complémentaire pour atteindre la collection à soustraire

○○ – ○○○○○ = ○○○○○●●● – ○○○○○ = ●●●	$2-5$ $= 2+3+(-3)-5$ $= 5+(-3)-5$ $= -3$

<u>Solution 2</u> : ajout complet de la collection à soustraire

○○ – ○○○○○ = ○○○○○○○●●●●● – ○○○○○ = ○○●●●●● = ●●●	$2-5$ $= 2\boxed{+5+(-5)}-5$ $= 2+(-5)$ $= -3$

En mettant, en parallèle plusieurs soustractions avec à chaque fois l'addition de l'opposé correspondante, la verbalisation de la règle a pu se faire sans problème mais non sans l'aide du professeur afin que le vocabulaire employé soit correct et non équivoque.

- Utilisation du terme opposé et non inverse
- Transformation de la soustraction en addition de l'opposé et non juste en addition.

<u>Bilan (évaluation)</u> :

Les deux compétences « Ajouter deux nombres relatifs » et « Soustraire un nombre relatif » ont été évaluées simultanément lors d'un contrôle de 20 minutes extensibles (afin que le temps ne soit pas un problème).

Sur 24 élèves, 15 ont une maîtrise satisfaisante ou très bonne, 7 ont une maîtrise incomplète, surtout par confusion entre les deux opérations, et enfin 2 ne les maitrisent pas.

La plupart ont acquis les compétences et n'ont plus besoin du contexte d'introduction pour donner du sens au calcul, ce qui est le but de la séquence. Par contre, pour les élèves en difficultés, en médiation au tableau, le rappel du contexte du jeu au moment de la correction leur a fait prendre immédiatement conscience des erreurs dans leur démarche. Une des élèves en difficultés a d'ailleurs essayé de redonner sens en dessinant les boules sur sa copie pour visualiser les opérations.

Remarques générales :

Sur le plan ludique :

De leurs propres aveux, les élèves ont vécu cette activité mathématique comme un jeu, bien que les éléments ludiques soient peu nombreux. De plus, nous avons observé que ces éléments ont largement participé à l'enrôlement de tous, et que paradoxalement, leur aspect répétitif a été un facteur facilitant pour faire entrer les élèves dans l'abstraction et la modélisation afin de s'en affranchir.

Sur le plan pédagogique :

Le but de la séquence est de fournir un appui pour permettre aux élèves de donner sens à l'addition et à la soustraction. La plupart sont arrivés à un niveau de maîtrise ne faisant plus appel au contexte du jeu. Par contre, la remobilisation de ce dernier a permis de faire retrouver du sens à ceux en difficulté et de les accompagner pour les surmonter.

Sur le plan didactique :

Cette ressource ne se suffit pas à elle-même et ne prend son sens pour créer des apprentissages et du savoir qu'à l'intérieur d'un scénario pédagogique plus global, dépassant la simple utilisation du jeu.

Sur le plan mathématique :

Le contexte de découverte de la notion, basé sur le dénombrement d'objets, n'a pas été un frein à l'extension de la notion aux décimaux relatifs. La présence de la droite des nombres à l'écran, et la variation des contextes proposés ensuite a été un facteur facilitant, voire primordial.

Très rapidement, le contexte du jeu n'a plus eu besoin d'être rappelé une fois les règles posées. Il a juste servi parfois de médiation lorsqu'un élève était perdu dans un calcul afin de lui permettre d'y redonner du sens.

L'utilisation de l'explosion (pour faire disparaitre deux boules de couleurs différentes) ou de l'anti-explosion (pour faire apparaitre deux boules de couleurs différentes) modifie la représentation du nombre à l'écran, mais pas sa valeur, ce qui permet de travailler sur l'écriture des égalités et d'effleurer ainsi, sans aucun formalisme, la notion de classes d'équivalences.