TS

Modéliser pour mieux « voir » et « écouter » les harmoniques avec GeoGebra

En bleu : aides partielles pour la réalisation avec GeoGebra, qui peuvent être enlevées selon le niveau de maitrise du logiciel.

Pré requis : Une activité expérimentale a été faite avec acquisition d’un son pur (diapason) et d’un son musical (flute,...). Les notions de **son pur, son complexe, fondamentale** et **harmoniques** ont été présentées.

Cette activité, qui utilise la version 6 installée de GeoGebra (pas en ligne sinon l’écoute des sons ne fonctionnera pas) comprendra deux étapes.

Étape1 : on commencera par modéliser le signal d’un son pur.

On appellera f1 la **fondamentale**, a1 **l’amplitude** et φ1 la **phase à l’origine**. Ces trois grandeurs ont été programmées sous la forme de curseurs dans le logiciel de modélisation mathématique GeoGebra, afin de les faire varier et ainsi mieux comprendre leurs rôles respectifs dans l’allure du signal sonore.

Étape 2 : On modélisera ensuite un son complexe.

Pour cela, on superposera les **harmoniques**, dont on fera varier l’amplitude afin de modifier **le timbre** du son.

Rappel pour la suite : une fonction sinusoïdale (notée ici y1) peut être modélisée mathématiquement et ici nous la modéliserons sous la forme : y1(t) = **a1** Sin (2 π **f1** t + **ϕ1**)

**Étape 1 : Étude du signal pur, visualisation des rôles de f1 la fréquence, de a1 l’amplitude et de ϕ1 la phase à l’origine**

Dans GeoGebra 6 (rappel : version installée obligatoire), ouvrir le fichier **« harmoniques\_fichier\_ggb\_eleve.ggb ».** Réduire éventuellement la fenêtre du clavier virtuel pour voir tout le champ de l’animation.

1 - Les variables f1, a1 et ϕ1

3 curseurs ont été déjà créés :

* un pour la fréquence f1 du fondamental (variant de 20 à 20 000 Hz),
* un pour l’amplitude a1 (choisie comme pouvant varier de 0 à 1,5 (arbitrairement),
* un pour la phase à l’origine ϕ1 (variable comprise par définition entre –π radians et π radians).

2 - Créer une fonction sinusoïdale

On va commencer par créer une fonction sinusoïdale simple : y1(t) = sin (2 pi f1 t) et on choisit de ne la visualiser que pour t compris entre 0 et 2 ms (0.002 s).

Pour cela on tape dans le champ de saisie des fonctions, le texte suivant, en mettant bien des **espaces pour les multiplications** : y1(t)=fonction(sin(2 pi f1 t),0,0.002)

Attention, GeoGebra rajoute d’office les parenthèses fermantes. La virgule, pour GeoGebra est ici un séparateur entre les données et pour écrire un nombre décimal, il ne faut pas mettre **dans GeoGebra une virgule, mais un point.**

Bien **appuyer sur la touche entrée à chaque fois** que l’on veut valider la fonction.

La fonction suivante apparait alors dans le cadre algèbre  et par un clic sur les «  points à droite de la fonction, on fait apparaitre le menu qui permet d’accéder aux propriétés pour les modifier :

3 - Influence de f1

Vous allez écouter le son tout en modifiant la fréquence f1 du fondamental avec le curseur.

La durée d’écoute peut se régler avec le curseur delta t.

Qu’observez-vous sur la représentation temporelle? Et sur le son entendu ?

On peut régler finement la valeur de la fréquence à l’aide des flèches proches du pavé numérique, une fois le curseur sélectionné.

Choisir pour la suite f1 de façon à observer environ deux périodes.

4 - Rôle de l’amplitude

Dans ce premier cas étudié, quelles étaient les valeurs extrêmes possibles pour y1(t) ?

Rajouter maintenant l’amplitude a1 dans l’expression de y1(t), puis écouter le son pur en faisant varier a1 avec le curseur. Observer et commenter l’allure de la représentation temporelle et le son entendu.

5 - Rôle de la phase à l’origine ϕ1

Rajouter maintenant la phase à l’origine ϕ1 dans l’expression de y1(t), puis faire varier ϕ1 avec le curseur. Attention, bien laisser un espace en tant que multiplication. Observer pour comprendre le rôle de ϕ1 et commenter.

Modifier dans les propriétés de la fonction y1(t), sa couleur pour avoir la même couleur que celle de a1 et ϕ1.

**Étape 2 : Modélisation des harmoniques et étude du son complexe**

On va créer les fonctions y2(t), y3(t), y4(t), y5(t), qui représentent les deuxième, troisième, quatrième et cinquième harmoniques.

Pour gagner du temps, les curseurs associés aux variables a2 a3 a4 a5 et ϕ2 ϕ3 ϕ4 ϕ5 ont déjà été créés. Les rendre visibles dans la fenêtre « algèbre » de GeoGebra à gauche, catégorie « nombres » en cliquant sur le rond vide à gauche de leur nom. Le rond plein veut dire qu’elles sont désormais visibles.

Écrire les expressions mathématiques des harmoniques que vous allez taper dans GeoGebra  en utilisant la méthode du début, avec toujours une visibilité uniquement pour des valeurs du temps t comprises entre 0 et 0.002 s, et sans introduire de nouvelles fréquences :

y2(t) =

y3(t) =

y4(t) =

y5(t) =

Après vérification par votre professeur de ces expressions, créer la fonction y2(t) (dans le champ de saisie de fonctions, en bas de la fenêtre « algèbre »), en changent sa couleur pour avoir une même couleur pour tout ce qui concerne une même harmonique : son amplitude, sa phase à l’origine et sa fonction y.

Faire de même avec les harmoniques 3, 4 et 5, c'est-à-dire les fonctions y3(t), y4(t) et y5(t).

On veut maintenant visualiser et écouter le son complexe, constitué du fondamental et des ses harmoniques. Créer dans le champ de saisie la fonction ys(t), somme des harmoniques : ys (t) = y1(t) + y2(t) + y3(t) + y4(t) + y5(t)

Afin de mieux comparer les représentations temporelles, vous pouvez faire afficher ou disparaitre certaines harmoniques dans la fenêtre « algèbre » de GeoGebra à gauche, catégorie « fonctions » en cliquant sur le rond à gauche de leur nom. Le rond plein veut dire qu’elles sont désormais visibles. Attention, cela ne les enlève pas de la somme, la courbe disparait juste de l’affichage.

Modifier les paramètres « amplitude » et « phase » des harmoniques pour voir leur influence sur la représentation temporelle du signal complexe ys(t) et sur le son entendu (le bouton « écouter le son complexe » a été programmé pour jouer le son correspondant à ys(t).

Pour aller plus loin : proposer une façon de créer les différents timbres d’instruments proposés dans un synthétiseur.