

Session 2006

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

« COMPTABILITÉ ET GESTION DES ORGANISATIONS »

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée: 2 heures

Coefficient: 2

Matériel et documents autorisés :

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé

Une feuille de papier millimétrée est fournie.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dés que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.

Le sujet comporte 4 pages, numérotées de 1 à 4

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

Il comprend 2 pages numérotées 1 et 2

EXERCICE 1 (11 points)

On considère un produit dont le prix de la tonne est, en euros, noté x .

La **demande**, $d(x)$, est la quantité de ce produit, exprimée en tonnes, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix de x euros la tonne.

L'**offre**, $o(x)$ est la quantité de ce produit, exprimée en tonnes, que les producteurs sont prêts à vendre au prix de x euros la tonne.

On appelle **prix d'équilibre** de ce produit le prix pour lequel l'offre et la demande sont égales.

Les deux parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

A. Ajustement affine

On a relevé les valeurs, en tonnes, de l'offre et de la demande de ce produit pour différents prix de la tonne. Les résultats figurent dans le tableau suivant :

Prix de la tonne, en euros : x_i	10	10,5	11	11,7	13	15	17
Demande, en tonne : y_i	11,5	10,5	9,9	9,1	7,9	6,5	5,1
Offre, en tonne : z_i	3,5	4,5	4,9	5,3	5,8	6,2	6,5

1. On pose $Y_i = \ln y_i$ et $Z_i = e^{z_i}$.

Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de valeurs dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à 10^{-3} :

x_i							
$Y_i = \ln y_i$							
$Z_i = e^{z_i}$							

2. a) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite de régression de Y en x sous la forme $Y = ax + b$ où a est à arrondir à 10^{-2} et b à 10^{-1} .

b) En déduire une expression de y en fonction de x .

3. a) Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite de régression de Z en x sous la forme $Z = a'x + b'$ où a' et b' sont à arrondir à l'unité.

b) En déduire une expression de z en fonction de x .

BTS COMPTABILITE ET GESTION DES ORGANISATIONS		SESSION 2006
DUREE : 2 h.		Coefficient 2
06-PO-CGMAT	MATHEMATIQUES	page 2/4

B. Recherche d'un prix d'équilibre

1. Soit f la fonction définie sur $[10, 17]$ par :

$$f(x) = e^{-0,11x+3,5}$$

a) Étudier les variations de f sur $[10, 17]$.

b) Construire la courbe représentative C_f de f dans un repère orthonormal d'unité graphique deux centimètres. Faire la figure dans un repère orthonormal où la graduation commence à 10 sur l'axe des abscisses et à 0 sur l'axe des ordonnées.

2. Soit g la fonction définie sur $[10, 17]$ par :

$$g(x) = \ln(90x - 852).$$

a) Étudier les variations de g sur $[10, 17]$.

b) Construire la courbe représentative C_g de g dans le même repère que la courbe C_f .

3. Résoudre graphiquement dans $[10, 17]$ l'équation $f(x) = g(x)$. On fera apparaître sur la figure les constructions utiles.

4. On admet que, pour un prix du produit de x euros la tonne, **la demande** $d(x) = f(x)$ et **l'offre** $o(x) = g(x)$ où f et g sont les fonctions définies au début de la partie B.

a) Dédire de ce qui précède une valeur approchée du prix d'équilibre.

b) En déduire une valeur approchée arrondie à 0,1 tonne de l'offre correspondant au prix d'équilibre.

BTS COMPTABILITE ET GESTION DES ORGANISATIONS		SESSION 2006
DUREE : 2 h.		Coefficient 2
06-PO-CGMAT	MATHEMATIQUES	page 3/4

EXERCICE 2 (9 points)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Une entreprise fabrique, en grande quantité, un certain type de pièces pour l'industrie automobile.

A. Événements indépendants

Dans cette partie, on s'intéresse à deux défauts possibles, notés a et b .

On prélève une pièce au hasard dans la production d'une journée.

On considère les événements suivants :

E_1 : « la pièce prélevée présente le défaut a » ;

E_2 : « la pièce prélevée présente le défaut b ».

On admet que $P(E_1) = 0,005$ et que $P(E_2) = 0,02$.

Dans cette partie, on demande les valeurs exactes des probabilités.

On suppose de plus que les deux événements E_1 et E_2 sont indépendants.

- Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production de la journée présente les deux défauts.
- a) Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production de la journée présente au moins un des deux défauts.
b) Calculer la probabilité qu'une pièce prélevée au hasard dans la production de la journée ne présente aucun des deux défauts.

B. Loi binomiale

Dans cette partie les résultats approchés sont à arrondir à 10^{-3} .

On note E l'événement : « une pièce prélevée au hasard dans un stock important présente un défaut pouvant affecter la sécurité »

On suppose que $P(E) = 0,01$.

On prélève au hasard 50 pièces dans un stock pour vérification. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce tirage à un tirage avec remise de 50 pièces.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 50 pièces, associe le nombre de pièces de ce prélèvement présentant un défaut pouvant affecter la sécurité.

- Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on déterminera les paramètres.
- Calculer $P(X = 0)$.
- a) Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait au plus deux pièces présentant un défaut pouvant affecter la sécurité.
b) En déduire la probabilité que, dans un tel prélèvement, il y ait au moins trois pièces présentant un défaut pouvant affecter la sécurité.

BTS COMPTABILITE ET GESTION DES ORGANISATIONS		SESSION 2006
DUREE : 2 h.		Coefficient 2
06-PO-CGMAT	MATHEMATIQUES	page 4/4