

Session 2007

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR

« COMPTABILITÉ ET GESTION DES ORGANISATIONS »

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Durée: 2 heures

Coefficient: 2

Matériel et documents autorisés :

L'usage des instruments de calcul et du formulaire officiel de mathématiques est autorisé

Une feuille de papier millimétrée est fournie.

La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Dés que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il soit complet.

Le sujet comporte 5 pages, numérotées de 1 à 5

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

Il comprend 2 pages numérotées 1 et 2

EXERCICE 1 (11 points)

Les parties A et B de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

A. Ajustement affine

Une étude a été réalisée sur le solde moyen des comptes courants d'entreprises clientes d'un important groupe bancaire. Les résultats de cette étude sont donnés dans le tableau suivant : x désigne un montant en centaines de milliers d'euros, n désigne le nombre de milliers d'entreprises qui ont un compte courant dont le solde est supérieur ou égal à x .

x	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	2
n	1,81	0,79	0,32	0,15	0,078	0,031

1° Compléter après l'avoir reproduit le tableau suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à 10^{-3} .

x	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	2
n	1,81	0,79	0,32	0,15	0,078	0,031
$z = \ln n$						

2° Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de la droite de régression de z en x sous la forme $z = ax + b$, où a et b sont à arrondir à 10^{-2} .

3° En déduire une expression de n en fonction de x de la forme $n = \alpha e^{kx}$ où la constante α sera arrondie à 10^{-2} .

4° A l'aide du résultat du 3°, donner une estimation du nombre d'entreprises dont le compte courant a un solde moyen supérieur ou égal à 250 000 euros.

B. Etude d'une fonction

Soit f la fonction définie pour tout x de $[0, +\infty[$ par $f(x) = 3,2 e^{-2,4x}$.

On note C la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. L'unité est 5 centimètres.

1° a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) que peut-on déduire du résultat du a) pour la courbe C ?

2° Étudier les variations de f sur $[0, +\infty[$.

BTS COMPTABILITÉ ET GESTION DES ORGANISATIONS	SESSION 2007
DURÉE : 2 h.	Coefficient 2
07-NC-CGMAT	MATHÉMATIQUES
	page 2/5

3° a) Compléter, après l'avoir reproduit, le tableau de valeurs suivant dans lequel les valeurs approchées sont à arrondir à 10^{-3} .

x	0,2	0,5	1	1,5	2
$f(x)$					

b) Construire la courbe C sur une feuille de papier millimétré.

4° a) Résoudre par le calcul, dans $[0, +\infty[$, l'équation $f(x) = 0,60$. Donner la valeur exacte de la solution x_0 puis la valeur approchée de x_0 arrondie à 10^{-2} .

b) Retrouver graphiquement le résultat du 4° a). On fera apparaître sur la figure les constructions utiles.

C. Application

On admet maintenant que, lorsque $0,1 \leq x \leq 2,5$, il y a $1\,000 f(x)$ entreprises possédant un compte courant dont le solde moyen est supérieur ou égal à x centaines de milliers d'euros dans le groupe bancaire évoqué dans la partie A.

1° Déterminer le nombre d'entreprises dont le compte courant a un solde moyen supérieur ou égal à 50 000 euros.

2° Déterminer le nombre d'entreprises dont le compte courant a un solde moyen compris au sens large entre 50 000 et 100 000 euros.

BTS COMPTABILITÉ ET GESTION DES ORGANISATIONS		SESSION 2007
DURÉE : 2 h.		Coefficient 2
07-NC-CGMAT	MATHÉMATIQUES	page 3/5

EXERCICE 2 (9 points)

Les trois parties de cet exercice peuvent être traitées de façon indépendante.

Un atelier produit en grande série des pièces destinées à l'équipement informatique.

A. Probabilités conditionnelles

L'atelier utilise deux machines M_1 et M_2 . La fabrication est répartie entre les deux machines. La machine M_1 fabrique 80 % des pièces dont 1 % sont défectueuses et la machine M_2 fabrique 20 % des pièces dont 2 % sont défectueuses.

On prélève au hasard une pièce dans la production d'une journée.

On désigne par D l'événement : « la pièce est défectueuse » ; par A l'événement : « la pièce a été fabriquée par la machine M_1 » et par B l'événement : « la pièce a été fabriquée par la machine M_2 ».

1° Déduire des informations figurant dans l'énoncé $P(A)$, $P(B)$, $P_A(D)$ et $P_B(D)$.

(On rappelle que $P_A(D) = P(D / A)$ est la probabilité de l'événement D sachant que l'événement A est réalisé.)

2° a) Calculer $P(A \cap D)$ et $P(B \cap D)$.

b) En déduire $P(D)$.

3° Calculer la probabilité qu'une pièce ait été fabriquée par la machine M_1 sachant qu'elle est défectueuse. Arrondir à 10^{-2} .

B. Loi binomiale

On admet dans cette partie que $P(D) = 0,012$. On prélève au hasard pour vérification 50 pièces dans un stock important. Le stock est assez important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise de 50 pièces.

On note X la variable aléatoire qui à chaque prélèvement de ce type associe le nombre de pièces défectueuses de ce prélèvement.

1° Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.

2° Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, deux pièces exactement soient défectueuses. Arrondir à 10^{-2} .

3° Calculer la probabilité que, dans un tel prélèvement, au plus deux pièces soient défectueuses. Arrondir à 10^{-2} .

BTS COMPTABILITÉ ET GESTION DES ORGANISATIONS		SESSION 2007
DURÉE : 2 h.		Coefficient 2
07-NC-CGMAT	MATHÉMATIQUES	page 4/5

C. Loi normale

Dans cette question on s'intéresse à la masse des pièces.

On prélève une pièce au hasard dans un lot important. On admet que la variable aléatoire Y qui à chaque pièce de ce lot associe sa masse en kilogrammes suit la loi normale de moyenne 2 et d'écart type 0,1.

1° Calculer $P(2 \leq Y \leq 2,1)$. Arrondir à 10^{-2} .

2° Calculer $P(Y \geq 2)$.

BTS COMPTABILITÉ ET GESTION DES ORGANISATIONS	SESSION 2007
DURÉE : 2 h.	Coefficient 2
07-NC-CGMAT	MATHÉMATIQUES
	page 5/5