

## *Commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques*

### *Présentation des rapports et recommandations*

#### **Les termes du débat**

La mathématique est la plus ancienne des sciences et celle dont les valeurs sont les plus permanentes. Cependant l'approche et les moyens d'étude ont varié selon les civilisations et les époques. L'imprimerie, la navigation, l'astronomie ont contribué à façonner les fonctions usuelles et le calcul différentiel et intégral. Aujourd'hui, l'informatique crée à la fois de nouveaux moyens et de nouveaux sujets d'étude, toutes les sciences progressent au moyen d'outils mathématiques et contribuent à en forger de nouveaux, le lien à la physique se renforce, et la recherche mathématique bénéficie de l'intuition des physiciens. La vision des mathématiques s'est considérablement modifiée depuis cinquante ans. La mathématique semblait alors avoir retrouvé son unité sur la base d'une solide construction des fondements et des structures. Mais elle s'était appauvrie. Puis les mathématiques appliquées ont fait une percée. Actuellement, le mouvement des mathématiques fait apparaître une multitude de sources et de retombées, en même temps qu'un travail considérable au sein des mathématiques constituées. Les mathématiques s'enrichissent de problèmes, de méthodes et de concepts venant des autres sciences et pratiques, créent de nouveaux concepts et de nouvelles théories, et fournissent matière à des applications parfois imprévues. Les modèles mathématiques, permettant les simulations, sont partout, et les mathématiques se développent par leurs interactions avec les autres disciplines en même temps que par les interactions en leur sein. Ainsi les mathématiques sont loin d'être l'affaire des seuls mathématiciens. Dans le processus de pompage, de distillation et d'irrigation qu'elles représentent aujourd'hui, on doit compter l'activité mathématique de mécaniciens, de physiciens, d'informaticiens, d'ingénieurs, de biologistes, d'économistes, de chimistes, en même temps que celle des mathématiciens au sens strict. Il est bon de ne plus raisonner seulement en termes de "mathématique", "mathématiques pures et mathématiques appliquées", mais de considérer l'ensemble des "sciences mathématiques" dans la variété de leurs acteurs et de leurs utilisateurs. C'est là une thématique commune à l'ensemble des rapports.

L'enseignement des mathématiques, comme tout enseignement, pose une série de questions. Qui enseigne, et à qui ? Quoi ? Comment ? Pourquoi ? L'approche de la commission a été de partir de la dernière : pourquoi ? A certaines époques la question semble ne pas se poser. A la nôtre, on ne peut esquiver la finalité de l'enseignement. Pourquoi enseigner les mathématiques ? Une réponse vient des praticiens des autres disciplines : on a besoin de mathématiques en biologie comme en physique ou en économie -cela a été exprimé avec force lors de la demi-journée à l'Académie des Sciences sur "l'enseignement des mathématiques en relation avec les autres disciplines". Avant tout, on a besoin de l'alliance entre imagination et raisonnement apportée par la démarche mathématique, depuis l'élaboration et la mise en forme des énoncés jusqu'à la démonstration de leurs conséquences. De plus, selon les disciplines, telle ou telle approche ou théorie sera plus ou moins nécessaire. Il faut tenir compte de ces différents aspects dans le choix des sujets et des programmes, et

cela a sous-tendu la réflexion de la commission sur les grands thèmes choisis : géométrie, impact de l'informatique, calcul, probabilités et statistique. Aucun élève, aucun individu ne peut tout apprendre. Et cependant, il faut laisser les portes ouvertes à une évolution de l'enseignement qui réponde aux besoins du futur à long terme en même temps que du présent ou de l'avenir proche, sans rien éliminer a priori de ce qui peut s'avérer utile. L'importance de l'enseignement des mathématiques doit donc se mesurer non seulement à ce qu'il apporte immédiatement aux élèves pour mieux se situer dans l'ensemble des pratiques et des connaissances, mais aussi, comme tout autre enseignement, aux atouts qu'il donne aux enfants ou jeunes gens d'aujourd'hui pour aborder, au cours de leur vie, les grands problèmes de l'humanité à venir dont nous ne faisons que pressentir la difficulté.

La réflexion sur l'enseignement des mathématiques est donc, par nature, une réflexion à long terme. Elle se heurte à la vision générale des jeunes, des parents, et des enseignants eux-mêmes dans leur pratique, qui est à court terme. Elle prend point d'appui sur ce que nous savons du mouvement des sciences, et sur une vision implicite de l'avenir à long terme: des possibilités sans nombre, des dangers déjà identifiés, et une multitude de problèmes auxquels l'humanité ne pourra faire face qu'en mobilisant toutes les ressources de l'imagination, de la curiosité, de la créativité, des capacités d'analyse critique et de raisonnement, et des connaissances engrangées par les générations précédentes. La réflexion doit prendre en compte le mouvement actuel de la science comme son histoire et tout ce qui doit être revisité de son passé. Elle doit être ambitieuse, audacieuse, et en même temps tenir compte des contraintes de terrain. Elle doit marier les analyses épistémologiques et didactiques. Au sein de la commission elle a bénéficié d'une grande variété d'expériences et de sensibilités. Elle doit se poursuivre à l'extérieur, et de façon permanente.

La commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques termine la première partie de son mandat, en présentant quatre rapports sur les sujets déjà mentionnés. Une annexe indique sa composition et son mode de fonctionnement. Comme elle a été créée à l'initiative d'associations professionnelles de mathématiciens et de professeurs de mathématiques, elle ambitionne de contribuer à la réflexion du milieu, et nous allons relever à cette intention quelques suggestions contenues dans les rapports. Comme elle a été constituée par décision ministérielle, et qu'un nouveau mandat de deux ans lui a été précisé par le Ministre de l'Education Nationale, elle s'adresse en premier lieu au Ministre, en formulant, à partir des rapports, quelques recommandations.

## **Quelques premières recommandations.**

### 1. Les moyens de la réflexion permanente.

Au delà de leur formation initiale, les professeurs de mathématiques ont besoin de se cultiver et de réfléchir à leur métier en permanence. Le besoin est sans doute général dans toutes les disciplines, mais il est aigu en mathématiques. Le ministère de l'Education Nationale pourrait:

a) encourager, par attribution de moyens spécifiques, la production de documents à l'intention des professeurs de mathématiques des lycées et collèges, sur des aspects séduisants, importants et peu connus des sciences mathématiques (un appel a été adressé dans ce sens aux mathématiciens par la commission ; un soutien du ministère pourrait être décisif)

b) établir le principe d'un crédit de formation que tous les professeurs pourraient utiliser au cours de leur carrière. Pour les professeurs de Spéciales, ce crédit de formation pourrait prendre la forme d'une année sabbatique, avec affectation dans une université ou un centre de recherche, de façon à assurer leur cohérence avec l'enseignement supérieur.

c) confier selon leurs compétences à l'Inspection Générale, aux IREM, aux IUFM et aux départements de mathématiques des universités le soin de proposer les modalités concernant tous les niveaux d'enseignement

d) plus modestement, publier les travaux de la commission, et décider de la pérenniser.

Des actions ponctuelles de formation continue sont sans doute nécessaires (voir 2.d). Mais elles doivent s'intégrer et elles ne peuvent se substituer à un effort permanent pour élargir l'horizon de chaque professeur et lui permettre de prendre en charge l'évolution de sa discipline et de son métier.

## 2. Formation des enseignants.

La réflexion est loin d'être achevée sur cette question cruciale, mais quelques recommandations peuvent être néanmoins dégagées dès maintenant.

a) Il est nécessaire d'intégrer une part d'informatique dans la formation des professeurs de mathématiques. Elle ne doit pas se limiter à l'apprentissage des techniques actuellement en usage, mais doit motiver l'acquisition de concepts fondamentaux, de valeur permanente.

b) A tous les niveaux, la formation en mathématiques exige du temps : le temps d'apprendre, de pratiquer, de s'exercer, de méditer, de comprendre. L'organisation des concours de recrutement et des stages dans les IUFM doit tenir compte de cette exigence.

c) Pour la formation d'une partie des professeurs des écoles, les licences scientifiques pluridisciplinaires ont fait la preuve de leur valeur, et seraient à encourager dans les universités.

d) Certaines formations -en statistique notamment- pourraient être communes aux professeurs en exercice de plusieurs disciplines.

## 3. Les laboratoires de mathématiques.

Il s'agirait de créer, dans tous les lycées et collèges, des laboratoires de mathématiques semblables aux laboratoires de physique ou de chimie et biologie des lycées, pourvus de locaux propres, de matériel (informatique en particulier), de livres et documents, pour rassembler des élèves par petits groupes et servir également de salle de réunion et de travail pour les professeurs. Les activités de certains clubs mathématiques, ou de l'association "math.en.jeans", préfigurent une partie des activités à venir dans ces nouvelles structures permanentes que seraient les laboratoires. D'autres surgiraient sans doute, à partir des professeurs de l'établissement. Le laboratoire serait un lieu privilégié pour la rencontre entre chercheurs, enseignants et élèves. En créant une nouvelle image des mathématiques et de leur aspect expérimental, le laboratoire devrait favoriser les relations interdisciplinaires. Il pourrait être en relation avec les mathématiciens des universités les plus proches. Les laboratoires de

lycée pourraient au départ intégrer des professeurs de collège de leur secteur. Sur cette idée "neuve", voir ci-dessous la citation d'Emile Borel.

#### 4. Le personnel non enseignant.

Il s'agit en premier lieu de la maintenance du matériel informatique. Un laboratoire universitaire de mathématiques a absolument besoin d'un ou plusieurs ingénieurs informaticiens. Il en est de même au lycée - l'ingénieur exerçant son activité au bénéfice de toutes les disciplines.

D'autre part, il pourrait être bienvenu que les ingénieurs affectés dans les lycées participent à l'enseignement sous des formes inédites, valorisant leurs compétences et leur savoir-faire.

Les CDI devraient être réorganisés pour mieux répondre aux besoins des élèves et des professeurs. Cela passe sans doute par le recrutement de documentalistes et par une nouvelle définition de leur fonction.

### **Les thèmes de réflexion**

Le rapport sur la géométrie indique d'abord l'ampleur du problème: la vision géométrique est omniprésente, dans toutes les activités humaines. Mais la vision géométrique dépend du champ d'activité. Le rapport ne s'attarde pas sur cet aspect -ce devrait être l'objet d'études ultérieures. Il dégage par contre une vision moderne de la géométrie, qui marie la richesse des diverses géométries, les groupes de transformations et leurs invariants. Quand et où faut-il introduire les invariants? Quelles transformations? Quelles géométries? Quelle est la spécificité du raisonnement géométrique? Le rapport indique des pistes, dont celle des cas d'isométries, il insiste sur l'importance de la pensée géométrique et sur l'intérêt de disposer d'un contenu riche et varié, et il a déjà été suivi d'études complémentaires, publiées dans les journaux professionnels.

Le rapport sur l'informatique et l'enseignement des mathématiques actualise et précise les études internationales menées à ce sujet depuis 1984. Il s'agit de l'impact de l'informatique sur les mathématiques et leur enseignement. Depuis 1984, l'impact sur les mathématiques est devenu évident. L'impact sur le contenu de l'enseignement des mathématiques est bien moindre que prévu. Le rapport donne des voies pour avancer dans cette direction. Il insiste, à propos de l'écriture des programmes, sur l'articulation entre raisonnement, formalisation, logique et effectivité. Il montre comment certaines notions mathématiques se trouvent suscitées ou ressuscitées par l'informatique. S'il est suivi d'effet, c'est-à-dire si l'enseignement des mathématiques en France intègre des concepts venus de l'informatique et ranime des sujets que l'informatique renouvelle, ce sera une première mondiale.

Le rapport sur le calcul, de l'enseignement élémentaire au calcul différentiel et intégral, est une gageure, tant il comporte d'aspects et de branches. Son originalité est de saisir les aspects épistémologiques et didactiques communs à plusieurs niveaux et plusieurs usages. Ainsi de la distinction entre calcul exact et calcul approché, de l'articulation entre la mécanique du calcul et le raisonnement, de la place comparée des nombres et des grandeurs, et de la manière dont l'informatique influe sur la conception du calcul. Il traite aussi bien du calcul mental à l'école élémentaire que de l'apprentissage de l'algèbre et de l'analyse. Il met en évidence la diversité du calcul, et la nécessité de la prendre en compte au cours de l'enseignement. Il donne des indications nettes sur certains sujets brûlants: le calcul

instrumenté, l'exercice de la mémoire, l'apprentissage de la table de multiplication ou celui de l'intégrale. Il provoquera des réactions.

Le rapport sur probabilités et statistique est un premier état des lieux et des questions, suite au rapport de l'Académie des Sciences consacré à la statistique. Il montre le retard en France dans ce domaine, les obstacles, l'usage des statistiques dans les domaines les plus divers, et l'appel ainsi créé pour que l'enseignement familiarise les jeunes gens à l'examen raisonné et critique des données numériques. Les enseignants de toutes les disciplines sont confrontés et doivent s'initier à l'usage des statistiques et à la pensée probabiliste. Un effort particulier est demandé aux professeurs de mathématiques, parce qu'il leur appartient d'en saisir et d'en organiser les aspects généraux, proprement mathématiques.

L'ensemble des rapports indique une multitude de voies où l'enseignement des mathématiques peut se renouveler. Il montre aussi la valeur permanente qui s'attache à cet enseignement, à savoir de développer l'imagination et la rigueur. La vertu des problèmes, des exemples, des contre-exemples, des démonstrations, de la recherche et de la mise en forme, se retrouve à propos de tous les thèmes.

Dans les voies les plus nouvelles pour le corps enseignant un effort collectif de formation est nécessaire.

Le lien aux autres disciplines est en filigrane dans les rapports, et il a été affirmé dans la réunion de travail déjà mentionnée à l'Académie des Sciences. Cependant c'est un sujet à mettre à l'étude tant dans la commission que sur le terrain.

Les grands thèmes qui font l'objet des rapports doivent être croisés avec les objectifs et possibilités propres à chaque niveau et chaque orientation. Une attention particulière doit être apportée à la formation des enseignants et à leur recrutement. C'est, là aussi, un programme de travail à venir.

### *Annexe I*

Voici, sur les laboratoires de mathématiques, ce qu'écrivait Emile Borel en 1904. Il avait alors 35 ans et il était maître de conférences à l'Ecole Normale Supérieure.

*« Pour amener, non seulement les élèves , mais aussi les professeurs, mais surtout l'esprit public à une notion plus exacte de ce que sont les Mathématiques et du rôle qu'elles jouent réellement dans la vie moderne, il sera nécessaire de faire plus et de créer de vrais laboratoires de mathématiques . »*

Borel précise ensuite des points pratiques: il y faudrait un atelier de menuiserie, un préparateur qui serait un ouvrier menuisier, à demeure dans les grands lycées, à temps partiel dans les plus petits; du matériel, balance, récipients, robinets. Borel évoque la relation avec le laboratoire de physique et avec l'enseignement de la mécanique

(Oeuvres d'Emile Borel, tome 4, p.2244).

## *Annexe 2*

### *Composition de la commission Auditions et entretiens*

#### **Composition de la commission**

- Michèle ARTIGUE, professeur à l'Université Denis Diderot, directrice de l'IREM de Paris 7
- Roger BALIAN, physicien au CEA, membre de l'Académie des Sciences
- Frédéric BONNANS, maître de conférences à l'Ecole Polytechnique, directeur de recherches à l'INRIA
- Guy BROUSSEAU, professeur honoraire de Bordeaux 1
- Michel BROUE, directeur de l'Institut Henri Poincaré
- Claude DESCHAMPS, professeur de mathématiques spéciales au lycée Louis le Grand, membre du CNP
- Jean-Claude DUPERRET, professeur à l'IUFM de Reims, responsable du centre IUFM de Troyes
- François DUSSON, professeur en classe préparatoire à Rouen
- Olivier FAUGERAS, directeur de recherches à l'INRIA (Sophia), membre de l'Académie des Sciences
- Sylviane GASQUET, professeur retraitée
- Jean-Pierre KAHANE, professeur émérite à l'Université Paris-Sud, membre de l'Académie des Sciences, président de la CREM
- Rémi LANGEVIN, professeur à l'Université de Bourgogne
- Michel MERLE, professeur à l'Université de Nice, membre du CNP
- Daniel PERRIN, professeur à l'Université Paris-Sud et à l'IUFM de Versailles
- Antoine PETIT, professeur à l'ENS de Cachan
- Jean-Pierre RICHTON, professeur de lycée, IREM de Strasbourg
- Claudine ROBERT, professeur à l'Université Joseph Fourier et à l'IUFM de Grenoble, présidente du GEPS de mathématiques
- Claudine RUGET, doyenne de l'Inspection Générale de mathématiques.

#### **Auditions et entretiens**

##### **Auditions en séances plénières :**

- le 5 juin 1999 : François BACCELLI ; Jean-Daniel BOISSONNAT
- le 11 septembre 1999 : Marc FORT ; Hélène GISPERT ; Marie-Thérèse LACROIX-SONRIER
- le 27 novembre 1999 : Lucien BIRGE ; Edmond MALINVAUD ; Marc YOR

- le 11 mars 2000 : Alain BAMBERGER ; Christian SAGUEZ
- le 3 juin 2000 : Claude GOMEZ
- le 16 septembre 2000 : Rémi COSTE ; Jean-Pierre FINANCE
- le 2 décembre 2000 : Jacques TREINER
- le 10 mars 2001 : Nicolas BOULEAU

**Auditions dans les groupes de travail :**

Stanislas DEHAENE ; Frédéric LE ROUX ; Bénédicte PATHE ; Antoine PERASO

**Entretiens**

***Groupe "Calcul" :***

Marie-France COSTE-ROY ; Marie-Françoise JOZEAU ; Dominique TOURNES

***Groupe "Statistique" :***

Anestis ANTONIADIS ; Nicolas BOULEAU ; Vidal COHEN ; Yves ESCOUFIER ; Georges OPPENHEIM ; Alain TROGNON ; Annie UHRY ; Marc YOR

## *Annexe 3*

### *Les lettres de mission*

#### **Lettre aux associations (APMEP ; SMAI ; SMF ; UPS) du 8 avril 1999**

Vous m'avez demandé de mettre en place une réflexion globale et à long terme sur l'ensemble des programmes de mathématiques, de l'école élémentaire à l'université. Je vous informe de mon accord avec cette perspective, et de ma décision de mettre en place les structures nécessaires à cette réflexion, qui doit déboucher progressivement, en plusieurs années, sur une réforme générale de l'enseignement des mathématiques.

L'objectif premier de cette réflexion est de permettre à l'enseignement des mathématiques d'accompagner et de préparer l'évolution et le développement des sciences et techniques dans tous les domaines, et de donner aux élèves les moyens de s'y adapter et de les maîtriser. Les mathématiques sont déjà présentes dans beaucoup de secteurs de l'activité humaine.

La demande de formation en matière de raisonnement, de manipulation de systèmes complexes se fait de plus en plus forte. La formation en mathématiques, convenablement articulée avec les autres disciplines, doit concourir à satisfaire cette demande.

Les interactions avec l'ensemble des sciences et techniques sont à prendre en compte. Tout particulièrement, le développement d'outils informatiques nouveaux et performants conduit à un élargissement du champ de l'enseignement des mathématiques, aussi bien par l'introduction des notions mathématiques nécessaires à leur maîtrise, qu'au travers de leur usage comme outil d'expérimentation et de contrôle.

Cet élargissement doit être l'occasion d'une révision systématique des bases sur lesquelles est conçu l'enseignement des mathématiques dans ce nouveau contexte, tout en veillant à ce que les mathématiques continuent à jouer pleinement leur rôle de formation à la rigueur et au raisonnement, et d'ouverture vers la culture scientifique de l'humanité. Il y a là une tâche très difficile mais passionnante.

Je décide de mettre en place, auprès du CNP, une commission chargée de faire des propositions pour :

- faire évoluer, de manière progressive et concertée, les objectifs et les contenus de l'enseignement des mathématiques de l'école élémentaire à l'université ;
- une fois ces objectifs fixés, il faudra faire évoluer, là encore de manière progressive mais anticipée par rapport aux modifications des contenus d'enseignement, la formation initiale des enseignants et les contenus des concours de recrutement et simultanément imaginer et jeter les bases d'une formation continue des enseignants de mathématiques, liée à ces évolutions.



La commission pourra disposer du concours de l'administration de l'Education nationale.

Les membres de la commission seront nommés pour deux ans (renouvelables). La commission devra rendre compte de son travail par des rapports d'étape, publiés régulièrement à destination de tous les acteurs du système éducatif. Elle consultera régulièrement les Sociétés savantes et les Associations de spécialistes, dont la démarche est à l'origine de cette initiative.

Claude ALLEGRE

### **Lettre de mission du 5 décembre 2000**

Monsieur Jean-Pierre KAHANE  
UMR 8628  
Laboratoire de Mathématique  
Bâtiment 425  
Université Paris-Sud  
Centre Scientifique d'Orsay  
91405 ORSAY

Paris, le 5 décembre 2000

Monsieur le Professeur,

En date du 08 avril 1999 le Ministre de l'éducation nationale, de la recherche et de la technologie, Claude Allègre, vous avait confié la présidence d'une commission chargée de proposer des pistes pour faire évoluer l'enseignement des mathématiques, son articulation avec celui des autres disciplines et pour transformer en conséquence la formation des maîtres.

Un an et demi après l'installation de cette commission, il apparaît nécessaire d'en repreciser les objectifs et le mode de fonctionnement en s'appuyant, d'une part, sur l'expérience acquise par vous-même et les membres de la commission, d'autre part, sur l'évolution du Conseil National des Programmes (CNP) et de ses groupes d'experts.

Située en amont du travail du CNP, mais devant maintenir des relations suivies avec ce dernier, la commission de réflexion sur l'enseignement des mathématiques devra:

1) Poursuivre l'élaboration d'analyses et de propositions sur les grandes thématiques de l'enseignement des mathématiques. Le choix des thèmes retenus résultera d'échanges avec le CNP, la DESCO et l'IGEN. Ce travail doit vous conduire à **proposer des modalités concrètes pour faire évoluer de façon progressive et concertée les objectifs, les contenus et les méthodes de l'enseignement des mathématiques dans tous les cycles de formation.**

Pour le mener à bien il pourra être judicieux de croiser les thématiques que vous étudiez (calcul, géométrie, statistique ... ) avec les différents niveaux de formation (élémentaire, secondaire, supérieur, technologique, professionnel).

2)) Etudier l'impact de l'introduction de l'outil informatique sur les méthodes, les contenus et la nature de l'enseignement des mathématiques à différents niveaux.

3) Proposer des thématiques et des méthodes permettant de mieux articuler l'enseignement des mathématiques et celui d'autres disciplines. Ici encore les échanges avec le CNP seront nécessaires.

Comme vous le savez, le Gouvernement est préoccupé de la désaffection des jeunes à l'égard des sciences et des technologies. Votre travail s'intègrera dans un cadre plus global, visant à lutter contre cette évolution inquiétante.

4) Elaborer des propositions concernant la formation des maîtres en mathématiques, du primaire au niveau post-bac. Ces propositions s'appuieront pour partie sur les réflexions thématiques que vous aurez menées. Elles concerneront à la fois la formation initiale et la formation continue des enseignants et viseront à préparer le milieu à une évolution continue tant vis-à-vis des contenus que vis-à-vis des méthodes.

J'attacherai du prix à ce que l'ensemble des propositions que vous ferez sur les points 1 à 4 ci-dessus soient organisées en un ensemble cohérent. Ainsi certaines seront des recommandations à destination du CNP et du ministère, d'autres seront des suggestions aux sociétés savantes et à la communauté des enseignants de mathématiques.

La commission que vous présidez reste administrativement rattachée au CNP et maintiendra des échanges de qualité avec les sociétés savantes et les associations de professeurs de mathématiques.

Afin de permettre la poursuite d'un travail de fond, votre mission est prolongée jusqu'en décembre 2002. Le CNP et la DESCO bénéficieront d'un apport régulier de votre commission de telle sorte que ses travaux trouvent rapidement une traduction concrète.

Face à ce recentrage des missions de la commission et après presque deux ans d'existence, il apparaît pertinent d'en faire évoluer la composition. Vous me ferez des propositions en ce sens pour le 1er février 2001.

Je vous remercie, ainsi que vos collègues du groupe de travail, pour la qualité de vos réflexions et pour votre investissement important sur un sujet sensible et stratégique.

Jack LANG