

BACCALAUREAT GENERAL

SESSION 2007

MATHÉMATIQUES

SERIE : ES

Obligatoire

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures - COEFFICIENT : 5

Ce sujet comporte 6 pages

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée.

L'usage des formulaires de mathématiques n'est pas autorisé.

*Le candidat doit traiter les quatre exercices.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

Tournez la page S.V.P

EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

QCM

Pour chacune des questions, une seule des réponses A, B ou C est exacte.

Indiquer sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

NOTATION : une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse fautive enlève 0,25 point, l'absence de réponse ne rapporte aucun point et n'en enlève aucun. Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

1) Pour tout nombre réel a et pour tout nombre réel b , on peut affirmer que $\frac{e^a}{e^b}$ est égal à :

Réponse A : $e^{\frac{a}{b}}$

Réponse B : $e^{(a-b)}$

Réponse C : $e^a - e^b$

2) On considère trois fonctions f , g et h définies sur \mathbf{R} telles que, pour tout nombre réel x , $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$. Si l'on sait que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ alors on peut en déduire que :

Réponse A : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Réponse B : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

Réponse C : $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = +\infty$

3) On considère une fonction f définie et dérivable sur \mathbf{R} , de dérivée f' . On donne ci-dessous son tableau de variations.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$		e		$+\infty$

a. L'équation $f(x) = 1$ admet dans \mathbf{R} :

Réponse A : trois solutions

Réponse B : deux solutions

Réponse C : une solution

b. On note C la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

La tangente à la courbe C au point d'abscisse 0 peut avoir pour équation :

Réponse A : $y = -3x - 1$

Réponse B : $y = 3x + 1$

Réponse C : $y = -4$

EXERCICE 2 (5 points)

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

PARTIE A :

Dans un pays européen, le montant des recettes touristiques, exprimé en millions d'euros, est donné dans le tableau ci-dessous :

Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005
Rang de l'année x_i	0	1	2	3	4	5
Montant des recettes touristiques y_i en millions d'euros	24 495	26 500	29 401	33 299	33 675	34 190

- 1) On utilise un ajustement affine. Donner, à l'aide de la calculatrice, l'équation de la droite d'ajustement de y en x , obtenue par la méthode des moindres carrés.
Les coefficients, obtenus à l'aide de la calculatrice, seront arrondis au centième.
- 2) En supposant que cet ajustement est valable jusqu'en 2007, calculer le montant que l'on peut prévoir pour les recettes touristiques de l'année 2007, arrondi au million d'euros.

PARTIE B :

On considère la fonction f définie pour tout nombre entier n par $f(n) = e^{10,13+0,07n}$.

On utilise cette fonction pour modéliser l'évolution des recettes touristiques de ce pays européen. Ainsi $f(n)$ représente le montant des recettes touristiques (exprimé en millions d'euros) de ce pays européen pour l'année $2000+n$.

- 1) Selon ce modèle, calculer le montant des recettes touristiques que l'on peut prévoir pour l'année 2007.
Arrondir le résultat au million d'euros.
- 2) a. Déterminer le nombre entier n à partir duquel $f(n) > 45\,000$.
b. En déduire l'année à partir de laquelle, selon ce modèle, le montant des recettes touristiques dépasserait 45 000 millions d'euros.

Amateur de sudoku (jeu consistant à compléter une grille de nombres), Pierre s'entraîne sur un site internet.

40 % des grilles de sudoku qui y sont proposées sont de niveau facile, 30 % sont de niveau moyen et 30 % de niveau difficile.

Pierre sait qu'il réussit les grilles de sudoku de niveau facile dans 95 % des cas, les grilles de sudoku de niveau moyen dans 60 % des cas et les grilles de sudoku de niveau difficile dans 40 % des cas.

Une grille de sudoku lui est proposée de façon aléatoire.

On considère les événements suivants :

F : « la grille est de niveau facile »

M : « la grille est de niveau moyen »

D : « la grille est de niveau difficile »

R : « Pierre réussit la grille » et \bar{R} son événement contraire.

- 1) Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
- 2)
 - a. Calculer la probabilité que la grille proposée soit difficile et que Pierre la réussisse.
 - b. Calculer la probabilité que la grille proposée soit facile et que Pierre ne la réussisse pas.
 - c. Montrer que la probabilité que Pierre réussisse la grille proposée est égale à 0,68.
- 3) Sachant que Pierre n'a pas réussi la grille proposée, quelle est la probabilité que ce soit une grille de niveau moyen ?
- 4) Pierre a réussi la grille proposée. Sa petite sœur affirme : « Je pense que ta grille était facile ». Dans quelle mesure a-t-elle raison ? Justifier la réponse à l'aide d'un calcul.

EXERCICE 4 (6 points)

Commun à tous les candidats

Un laboratoire pharmaceutique produit et commercialise un médicament en poudre. Sa production hebdomadaire, exprimée en kilogrammes, est limitée à 10 kilogrammes.

PARTIE I : étude des coûts hebdomadaires de production.

1) Le coût marginal de production est fonction de la quantité x de médicament produit.

Une étude a montré que, pour cette entreprise, l'évolution du coût marginal de production est modélisée par la fonction C_m définie pour les nombres réels x de l'intervalle $[0 ; 10]$ par : $C_m(x) = x + \frac{16}{x+1}$.

($C_m(x)$ est exprimé en centaines d'euros, x en kilogrammes).

Étudier les variations de la fonction C_m , puis dresser le tableau de variation de la fonction C_m sur l'intervalle $[0 ; 10]$.

2) En économie, le coût marginal de production correspond à la dérivée du coût total de production.

Ainsi le coût total de production hebdomadaire est modélisé par une primitive de la fonction C_m .

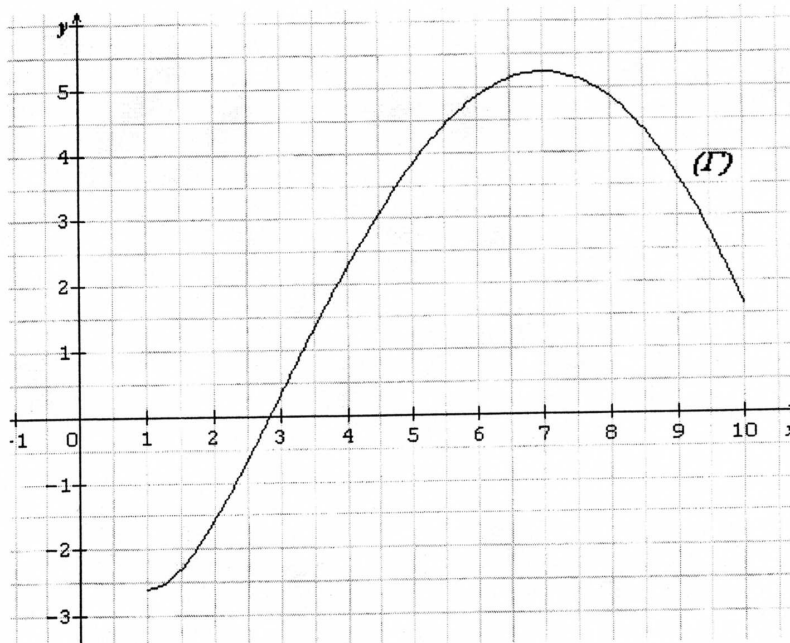
Déterminer la fonction C , primitive de la fonction C_m sur l'intervalle $[0 ; 10]$ qui modélise ce coût total, pour une production de médicaments comprise entre 0 et 10 kilogrammes, sachant que $C(0) = 0$.

PARTIE II : étude du bénéfice hebdomadaire.

On admet que le laboratoire produit une quantité hebdomadaire d'au moins 1 kg et que tout ce qui est produit est vendu.

Le bénéfice hebdomadaire (exprimé en centaines d'euros) dépend de la masse x (exprimée en kilogrammes) de médicament produit. Il peut être modélisé par la fonction B définie sur l'intervalle $[1 ; 10]$ par : $B(x) = 9x - 0,5x^2 - 16\ln(x+1)$.

La représentation graphique de la fonction B dans le plan muni d'un repère orthogonal est la courbe (Γ) donnée ci-dessous.



- 1) a. On admet que la fonction B est strictement croissante sur l'intervalle $[1 ; 7]$ et strictement décroissante sur l'intervalle $[7 ; 10]$.
En déduire la quantité de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour que son bénéfice hebdomadaire (en centaines d'euros) soit maximal.
- b. Calculer ce bénéfice hebdomadaire maximal en centaines d'euros (arrondir à l'euro).
- 2) a. Utiliser la courbe (\mathcal{I}) pour déterminer un encadrement d'amplitude 0,5 de la plus petite quantité x_0 de médicaments que l'entreprise doit produire par semaine pour ne pas perdre d'argent.
- b. Utiliser la calculatrice pour déterminer une valeur décimale de x_0 approchée au centième.