BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

SESSION 2007

Épreuve : MATHÉMATIQUES	Série : **Sciences Médico-Sociales (SMS)**
Durée de l'épreuve : **2 heures**	Coefficient : **2**

L'usage des calculatrices et des instruments de calcul est autorisé.
Une feuille de papier millimétré est nécessaire pour le problème.
Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

L'épreuve comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3.

SUJET SORTI

EXERCICE (8 points)

Une enquête a été menée sur le mode de vie de 700 femmes de plus de 40 ans toutes atteintes d'un cancer lié au tabac. On a obtenu les renseignements suivants :

47 % de ces femmes n'ont jamais fumé

6 % de ces femmes consomment beaucoup d'aliments riches en béta-carotène

Parmi les femmes consommant beaucoup de béta-carotène, 7 n'ont jamais fumé.

1. C'est au cours d'une enquête sur le mode de vie et l'état de santé d'une population de 60 000 femmes de plus de 40 ans, que l'on a trouvé que 700 de ces femmes étaient atteintes d'un cancer lié au tabac.
Déterminer pour cette population le pourcentage de femmes ayant développé un cancer lié au tabac.
Arrondir à 0,01 % près.

2. Reproduire et compléter le tableau suivant.

	Femmes n'ayant jamais fumé	Fumeuses ou anciennes fumeuses	Total
Femmes consommant beaucoup de béta-carotène			
Femmes consommant peu de béta-carotène			
Total			700

3. On choisit au hasard une femme parmi celles qui ont développé un cancer lié au tabac.
On note A l'événement : «la femme choisie consomme beaucoup d'aliments riches en béta-carotène» et B l'événement : «la femme choisie est une fumeuse ou une ancienne fumeuse».
Si nécessaire arrondir les résultats à 0,001 près.

a) Calculer la probabilité de chacun des événements A et B.

b) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$, puis calculer la probabilité de cet événement.

c) Définir par une phrase l'événement $A \cup \overline{B}$, puis calculer la probabilité de cet événement.

4. On choisit au hasard une femme parmi les fumeuses ou les anciennes fumeuses.
Calculer la probabilité que cette femme consomme beaucoup de béta-carotène.
Arrondir le résultat à 0,001 près.

PROBLÈME (12 points)

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\ ;\ 12]$ par : $f(t) = 2 + 15\,t\,e^{-0,8t}$.

On note $\mathscr{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal en prenant pour unités graphiques :

- 2 cm pour une unité sur l'axe des abscisses
- 1 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. **a)** Calculer $f'(t)$ et montrer que : $f'(t) = 12(\,1,25 - t\,)\,e^{-0,8t}$.

   b) Étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 12]$.

   c) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\ ;\ 12]$.
   Indiquer les valeurs exactes des nombres portés dans ce tableau : $f(0)$, $f(12)$ et le maximum de f.

2. Soit A le point d'abscisse 0 de la courbe $\mathscr{C}$ et (T) la tangente en A à la courbe $\mathscr{C}$.
   Déterminer une équation de la tangente (T).

3. **a)** Reproduire et compléter le tableau suivant (*arrondir les résultats à 0,1 près*).

t	0	0,5	1	1,5	2	3	5	7	9	12
$f(t)$			8,7			6,1	3,4		2,1	

   b) Tracer la tangente (T) et la courbe $\mathscr{C}$ sur la feuille de papier millimétré fournie.

Partie B

Un sportif a absorbé un produit dopant.

On admet que $f(t)$ représente le taux de produit dopant, en µg/l, présent dans le sang de ce sportif en fonction du temps t, en heures, écoulé depuis l'absorption durant les douze heures qui suivent cette absorption.

1. Déterminer par le calcul le taux de produit dopant présent dans le sang du sportif au bout de 2 heures et 30 minutes.
   Arrondir à 0,1 près.

2. Au bout de combien de temps le taux de produit dopant dans le sang du sportif est-il maximal ?
   Exprimer le résultat en heures et minutes.

3. Les règlements sportifs interdisent l'usage de ce produit dopant. Le taux maximum autorisé est de 3 µg/l
   Déterminer graphiquement au bout de combien de temps le taux de produit dopant dans le sang de ce sportif redescend en dessous de 3 µg/l.
   Laisser apparents les traits de construction utiles.

BACCALAURÉAT, SÉRIE SMS
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ; \quad V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) \quad ; \quad P(\Omega) = 1 \quad ; \quad P(\varnothing) = 0$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMÉTRIQUES*

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $\quad S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $\quad S_n = n + 1$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

IV. ANALYSE

A. *PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES*

$\ln 1 = 0$

$\ln e = 1$

$\ln ab = \ln a + \ln b$

$\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,
$y = \exp x = e^x$ équivaut à $x = \ln y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$

$a^x = e^{x \ln a} \quad (a > 0)$

$(e^a)^b = e^{ab}$

$\ln a^x = x \ln a$

B. *LIMITES USUELLES DE FONCTIONS*

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{x\to+\infty} \ln x = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Croissances comparées à l'infini

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$, n entier naturel

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{x\to0} \ln x = -\infty$

C. *DÉRIVÉES ET PRIMITIVES* (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty,+\infty[$
x	1	$]-\infty,+\infty[$
$x^n,\ n\in\mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty,+\infty[$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\dfrac{1}{x^n},\ n\in\mathbb{N}^*$	$-\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty,+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$]-\infty,+\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	$]-\infty,+\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v\circ u)' = (v'\circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^n)' = nu^{n-1}u'$

D. *ÉQUATIONS DIFFERENTIELLES*

Équations	Solutions sur $]-\infty,+\infty[$
$y' - ay = 0$	$f(x) = ke^{ax}$

SMS2