

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

Session 2007

Épreuve :
MATHÉMATIQUES

Série

SCIENCES ET TECHNOLOGIES DE LA GESTION

Spécialités :

Mercatique (coefficient : 3)

Comptabilité et finance d'entreprise (coefficient : 3)

Gestion des systèmes d'information (coefficient : 4)

Durée de l'épreuve : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte 6 pages, dont l'annexe, page 6, est à rendre avec la copie.

SUJET SORTI

Exercice 1 (4 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque question, une seule des trois réponses proposées est correcte.

Relever sur la copie le numéro de la question ainsi que la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse juste rapporte 1 point ; une réponse fausse enlève 0,25 point et l'absence de réponse ne rapporte ni n'enlève de point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice est ramenée à 0.

- 1 - Le prix d'un article a augmenté de 2 % par mois chaque mois de l'année 2006.
Le taux d'évolution global sur l'année 2006 est :
- a) inférieur à 24 % b) égal à 24 % c) supérieur à 24 %.

Les questions suivantes se rapportent au tableau ci-dessous. C'est un extrait du tableau de l'indice de référence des loyers en France, base 100 au deuxième trimestre 2004, publié par l'INSEE. Les indices sont calculés à la fin de chaque trimestre.

| Période | Indice de référence |
|------------------------|---------------------|
| Premier trimestre 2003 | 97,10 |
| Premier trimestre 2004 | 99,33 |
| Premier trimestre 2005 | |
| Premier trimestre 2006 | 104,61 |

Source : INSEE

- 2 - Sur une année, du premier trimestre 2004 au premier trimestre 2005, les loyers ont augmenté de 2,79 %.
Au premier trimestre 2005, l'indice de référence des loyers arrondi à 10^{-2} est égal à :
- a) 102,12 b) 101,77 c) 102,10.
- 3 - Entre le premier trimestre 2003 (indice 97,10) et le premier trimestre 2004 (indice 99,33), le taux annuel d'évolution des loyers est :
- a) 2,23 % (arrondi à 0,01 %) b) 2,30 % (arrondi à 0,01 %) c) supérieur à 2,40 %.
- 4 - Entre le premier trimestre 2004 (indice 99,33) et le premier trimestre 2006 (indice 104,61) le taux moyen annuel d'évolution des loyers arrondi à 0,01 % est :
- a) 2,62 % b) 2,31 % c) 2,64 %.

Exercice 2 (5 points)

Le service comptable d'un magasin réalise une étude sur le fichier des clients qui ont fait des achats le premier samedi du mois de novembre 2006.

Il constate que 15 % des clients ont effectué leurs achats avec une carte de fidélité. Parmi ceux-ci, 80 % ont réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 €.

Parmi les clients qui n'ont pas effectué leurs achats avec une carte de fidélité, 60 % ont réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 €.

On choisit au hasard une fiche de ce fichier. On admet que toutes les fiches ont la même probabilité d'être choisies.

On considère les événements suivants :

F : « La fiche choisie indique que le client a effectué ses achats avec une carte de fidélité » ;

S : « La fiche choisie indique que le client a réalisé des achats d'un montant total supérieur à 50 € ».

Pour répondre aux questions suivantes, on pourra construire un arbre.

- 1 - a) Donner la probabilité $P(F)$ de l'événement F .
b) Donner $P_F(S)$, la probabilité, sachant F , de l'événement S .
- 2 - Décrire par une phrase l'événement $F \cap S$.
Calculer la probabilité $P(F \cap S)$.
- 3 - Montrer que la probabilité de l'événement S est égale à 0,63.
- 4 - Les événements F et S sont ils indépendants ? Justifier la réponse.

Exercice 3 (6 points)

Le tableau suivant donne le nombre de clients du téléphone mobile en France atteint à la fin de chaque année.

| Année | 1998 | 1999 | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 |
|-------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Rang de l'année x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Nombre de clients en millions y_i | 11,2 | 20,6 | 29,7 | 37,0 | 39,6 | 41,7 | 44,5 | 48,0 |

Source : ARCEP observatoire des mobiles

Une représentation du nuage de points (x_i, y_i) est donnée dans l'annexe, page 6, à rendre avec la copie. Le point G est le point moyen du nuage.

Partie A

On souhaite réaliser un ajustement affine.

- 1 - Déterminer une équation de la droite d'ajustement obtenue par la méthode des moindres carrés. (Arrondir les coefficients au centième).

À partir des calculs ci-dessus, on décide de réaliser un ajustement affine à l'aide de la droite \mathcal{D} d'équation $y = 4,9x + 16,7$.

- 2 - Tracer la droite \mathcal{D} sur le graphique de l'annexe, à rendre avec la copie.
- 3 - En supposant que ce modèle reste valable pour 2006 et 2007, prévoir le nombre de clients pour la fin de l'année 2007. Indiquer la méthode utilisée.

Partie B

On admet qu'un autre ajustement du nuage de points est obtenu à l'aide d'une partie de la représentation graphique \mathcal{C} de la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 9]$ par $f(x) = \frac{52}{1 + 3e^{-0,6x}}$.

- 1 - Recopier et compléter le tableau suivant (arrondir au dixième).

| | | | | | | | | | | |
|--------|---|------|------|---|---|---|---|---|---|---|
| x | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| $f(x)$ | | 19,6 | 27,3 | | | | | | | |

- 2 - Tracer l'allure de la courbe \mathcal{C} sur le graphique de l'annexe à rendre avec la copie.

Dans la suite, on suppose que ce modèle reste valable jusqu'à la fin de l'année 2008.

- 3 - Donner, selon ce modèle, le nombre de clients pour la fin de l'année 2007.
- 4 - Indiquer si selon ce modèle on peut envisager de dépasser au cours de l'année 2008 le nombre de 52 millions de clients. Expliquer la démarche conduisant à cette réponse.

Exercice 4 (5 points)

| Formulaire | | |
|---|---|---|
| Suite arithmétique (u_n) de raison r | Premier terme u_0 , $u_{n+1} = u_n + r$ | $u_0 + u_1 + \dots + u_n = (n+1)u_0 + \frac{n(n+1)}{2}r$ |
| Suite géométrique (u_n) de raison q | Premier terme u_0 , $u_{n+1} = qu_n$ | $u_0 + u_1 + \dots + u_n = u_0 \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$ |

Le 1^{er} janvier suivant la date de sa naissance, les grands parents de Katia lui ouvrent un livret d'épargne et déposent un capital de 100 euros. Ils déposent ensuite 100 € sur ce livret tous les 1^{er} janvier suivants. Ce placement est à intérêts composés au taux annuel de 3 % fixe pour toute la durée du livret d'épargne. Les intérêts sont versés tous les 1^{er} janvier.

On pose $c_0 = 100$.

Soit n un nombre entier supérieur ou égal à 1.

On note c_n le capital, exprimé en euros, se trouvant sur le livret le 1^{er} janvier au terme d'un nombre n d'années de placement. On définit ainsi une suite c telle que $c_0 = 100$ et $c_1 = 203$.

- 1 - a) Justifier que $c_2 = 309,09$ et que $c_3 \approx 418,36$.
b) La suite c peut-elle être arithmétique ? Peut-elle être géométrique ? Justifier chaque réponse.
- 2 - Le tableau ci-dessous est un extrait d'une feuille de calcul obtenue à l'aide d'un tableur. Il donne notamment les premiers termes de la suite c .
Le format d'affichage est un format numérique à deux décimales.

| | A | B | C | D |
|----|----------------|---|-------------------------------------|------|
| 1 | Valeurs de n | Capital se trouvant sur le livret au terme de n années de placement | Intérêts acquis au cours de l'année | Taux |
| 2 | 0 | 100,00 | 3,00 | 0,03 |
| 3 | 1 | 203,00 | 6,09 | |
| 4 | 2 | 309,09 | 9,27 | |
| 5 | 3 | 418,36 | 12,55 | |
| 6 | 4 | | | |
| 7 | 5 | | | |
| 8 | 6 | | | |
| 9 | 7 | | | |
| 10 | 8 | | | |
| 11 | 9 | | | |
| 12 | 10 | | | |
| 13 | 11 | | | |
| 14 | 12 | | | |
| 15 | 13 | | | |
| 16 | 14 | | | |
| 17 | 15 | | | |
| 18 | 16 | | | |
| 19 | 17 | | | |
| 20 | 18 | | | |

Donner des formules qui, entrées dans les cellules B3 et C3, permettent par recopie vers le bas d'obtenir la plage de cellules B3:C20.

- 3 - On admet que, pour tout nombre entier n supérieur ou égal à 1, $c_n = 100(1 + 1,03 + 1,03^2 + \dots + 1,03^n)$.
Montrer que le capital total se trouvant sur le livret de Katia le soir du 1^{er} janvier suivant son seizième anniversaire sera égal à 2176,16 euros.

Annexe

à rendre avec la copie

