Session 2007

BACCALAUREAT TECHNOLOGIQUE

SCIENCES MEDICO-SOCIALES

MATHEMATIQUES

Durée : 2 heures **Coefficient : 2**

La clarté des raisonnements et la qualité de la rédaction interviendront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

A ce sujet sont jointes deux feuilles de papier millimétré.

L'usage des calculatrices est autorisé.

Le formulaire officiel de mathématiques est joint au sujet.

EXERCICE (9 points)

Cet exercice est un QCM. Pour chaque question, quatre affirmations sont proposées ; une seule de ces quatre affirmations est exacte.
Barème *: chaque réponse exacte rapporte 1,5 point ; chaque réponse inexacte retire 0,5 point ; l'absence de réponse ne rapporte ni ne retire aucun point. Si le total des points est négatif, la note attribuée à l'exercice sera zéro.*

Aucune justification n'est demandée.

Recopier et compléter le tableau ci-dessous en inscrivant très lisiblement les réponses choisies (a, b, c ou d) :

Question	1	2	3	4	5	6
Réponse choisie						

1) Le nombre d'allocataires du RMI âgés de plus de 50 ans est passé de 150 000 en 1995 à 262 500 en 2005. Entre 1995 et 2005, ce nombre a augmenté d'environ :
a) 42,9 % b) 112,5 % c) 75 % d) 57,1 %

2) La droite qui passe par les points A(2 ; 7) et B(0 ; –3) a pour équation :
a) $y = 5x - 3$ b) $y = -5x - 3$ c) $y = 3{,}5x - 3$ d) $y = 0{,}2x - 3$

3) La fonction f est définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $f(x) = x - \dfrac{1}{x}$. Le coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :
a) 1 b) –1 c) 0 d) 2

4) La dérivée de la fonction g définie sur l'intervalle $]0\,;+\infty[$ par $g(x) = x \ln x$ est telle que :
a) $g'(x) = \dfrac{1}{x}$ b) $g'(x) = \ln x - 1$ c) $g'(x) = \ln x + 1$ d) $g'(x) = 1 + \dfrac{1}{x}$

5) Dans une cage, il y a cinq lapins, deux blancs et trois noirs, et quatre cochons d'Inde, deux blancs et deux marrons. La probabilité qu'un animal choisi au hasard dans la cage soit blanc est :
a) $\dfrac{2}{9}$ b) $\dfrac{1}{3}$ c) $\dfrac{2}{5} + \dfrac{2}{4}$ d) $\dfrac{4}{9}$

6) Dans un club, on a recueilli les lieux de séjour des 120 membres pour les dernières vacances. Chacun avait choisi un séjour à la mer ou bien à la campagne. Les résultats de l'enquête sont consignés dans le tableau ci-dessous.

	Mer	Campagne
Femmes	60	20
Hommes	10	30

On choisit une personne au hasard dans ce club. La probabilité que ce soit un homme ou une personne ayant passé ses dernières vacances à la mer est :
a) $\dfrac{1}{12}$ b) $\dfrac{11}{12}$ c) $\dfrac{5}{6}$ d) $\dfrac{3}{4}$

PROBLEME (11 points)

Partie A

On considère la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; 12] par :

$$f(t) = 0{,}4te^{1-0{,}5t}.$$

1) a) On pose $u(t) = 0{,}4t$ et $v(t) = e^{1-0{,}5t}$. On note u', v' et f' les dérivées respectives des fonctions u, v et f.
   Calculer $u'(t)$ et $v'(t)$. En déduire $f'(t)$.
   b) Vérifier que $f'(t) = 0{,}4(1 - 0{,}5t)e^{1-0{,}5t}$.
   c) Etudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle [0 ; 12].
   d) Dresser le tableau de variation de f sur l'intervalle [0 ; 12].

2) Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant (arrondir les résultats à 0,01 près) :

t	0	0,25	0,5	1	2	3	4	6	9	12
$f(t)$		0,24				0,73				0,03

3) Tracer la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal d'unités graphiques :
   1 cm pour une unité sur l'axe des abscisses,
   20 cm pour une unité sur l'axe des ordonnées.

Partie B

On a mesuré la concentration d'un médicament dans le plasma sanguin d'un patient pendant les douze heures qui ont suivi son administration orale.
Cette concentration plasmatique (en mg.L^{-1}) au temps t (en heures) est $f(t)$ où f est la fonction étudiée dans la partie A.

1) Calculer la concentration plasmatique 1h 30 min après l'administration du médicament (le résultat sera arrondi à 0,01 près).

Les questions suivantes seront traitées à l'aide du graphique et l'on fera apparaître les traits de construction utiles sur le graphique.

2) Pour quelles valeurs de t la concentration plasmatique est-elle de 0,7 mg.L^{-1} ?

3) Pendant combien de temps la concentration plasmatique reste-t-elle supérieure à 0,3 mg.L^{-1} ?
   Exprimer le résultat en heures et minutes.

BACCALAURÉAT, SÉRIE SMS
FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

I. STATISTIQUE

Moyenne, variance, écart type

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \quad ; \quad V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - (\bar{x})^2$$

$$\sigma_x = \sqrt{V(x)}$$

Dans le cas d'un regroupement en classes :

$$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i$$

$$V(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} n_i x_i^2 - (\bar{x})^2$$

II. PROBABILITÉS

Si A et B sont incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Dans le cas général : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$P(\overline{A}) = 1 - P(A) \quad ; \quad P(\Omega) = 1 \quad ; \quad P(\varnothing) = 0$

Dans le cas équiprobable : $P(A) = \dfrac{\text{Nombre d'éléments de } A}{\text{Nombre d'éléments de } \Omega}$

III. ALGÈBRE

A. *SUITES ARITHMÉTIQUES, SUITES GÉOMETRIQUES*

Suites arithmétiques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = u_n + a$; $u_n = u_0 + na$

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Suites géométriques

Premier terme u_0 ; $u_{n+1} = bu_n$; $u_n = u_0 b^n$

Si $b \neq 1$, $\quad S_n = 1 + b + b^2 + \cdots + b^n = \dfrac{1 - b^{n+1}}{1 - b}$

Si $b = 1$, $\quad S_n = n + 1$

B. *IDENTITÉS REMARQUABLES*

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad ; \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

IV. ANALYSE

A. *PROPRIÉTÉS ALGÉBRIQUES DES FONCTIONS USUELLES*

$ln\,1 = 0$

$ln\,e = 1$

$ln\,ab = ln\,a + ln\,b$

$ln\,\dfrac{a}{b} = ln\,a - ln\,b$

Si $x \in]-\infty, +\infty[$ et $y \in]0, +\infty[$,

$y = exp\,x = e^x$ équivaut à $x = ln\,y$

$e^0 = 1$

$e^{a+b} = e^a e^b$

$e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$

$a^x = e^{x\,ln\,a} \quad (a > 0)$

$\left(e^a\right)^b = e^{ab}$

$ln\,a^x = x\,ln\,a$

B. *LIMITES USUELLES DE FONCTIONS*

Comportement à l'infini

$\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

$\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} x^n = +\infty$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Croissances comparées à l'infini

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n} = +\infty$, n entier naturel

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x^n} = 0$, n entier naturel non nul

Comportement à l'origine

$\lim\limits_{x \to 0} \ln x = -\infty$

C. *DÉRIVÉES ET PRIMITIVES* (Les formules ci-dessous peuvent servir à la fois pour calculer des dérivées et des primitives)

1. Dérivées et primitives des fonctions usuelles

$f(x)$	$f'(x)$	*Intervalle de validité*
k	0	$]-\infty,+\infty[$
x	1	$]-\infty,+\infty[$
$x^n,\ n \in \mathbb{N}^*$	nx^{n-1}	$]-\infty,+\infty[$
$\dfrac{1}{x}$	$-\dfrac{1}{x^2}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\dfrac{1}{x^n},\ n \in \mathbb{N}^*$	$-\dfrac{n}{x^{n+1}}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
$\sqrt{x}$	$\dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0,+\infty[$
$\ln x$	$\dfrac{1}{x}$	$]0,+\infty[$
e^x	e^x	$]-\infty,+\infty[$
$\cos x$	$-\sin x$	$]-\infty,+\infty[$
$\sin x$	$\cos x$	$]-\infty,+\infty[$

2. Opérations sur les dérivées

$(u+v)' = u' + v'$

$(ku)' = ku'$

$(uv)' = u'v + uv'$

$\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2}$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$

$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$

$(e^u)' = e^u u'$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$, u à valeurs strictement positives

$(u^n)' = nu^{n-1}u'$

D. *ÉQUATIONS DIFFERENTIELLES*

Équations	Solutions sur $]-\infty,+\infty[$
$y' - ay = 0$	$f(x) = ke^{ax}$