

BTS DESIGN D'ESPACE

MATHEMATIQUES

Session 2006

Durée : 1 heure 30

Coefficient : 1,5

Les calculatrices sont autorisées conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.
La clarté du raisonnement et la qualité de la rédaction interviennent dans l'appréciation des copies.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte 3 pages, numérotées de 1/3 à 3/3.

BTS Design d'espace		SESSION 2006
Mathématiques		DEMAT
Coefficient : 1,5	Durée : 1 h 30	Page : 1 / 3

EXERCICE 1 (12 points)

Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 5 cm, on considère la courbe C dont un système d'équations paramétriques est :

$$\begin{cases} x = f(t) = -t^3 + 3t \\ y = g(t) = -2t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 3t \end{cases} \quad \text{où } t \text{ appartient à l'intervalle } [0, 1].$$

1° Calculer $f'(t)$ et $g'(t)$ où f' et g' sont les fonctions dérivées respectives des fonctions f et g .

2° Étudier les signes respectifs de $f'(t)$ et $g'(t)$ lorsque t varie dans l'intervalle $[0, 1]$.

3° Rassembler les résultats dans un tableau de variation unique.

4° Déterminer un vecteur directeur de la tangente à la courbe C en chacun des trois points O, A, B obtenus respectivement pour $t = 0, t = 0,5$ et $t = 1$.

5° Placer les points O, A, B , tracer avec précision, sur une feuille de papier millimétré, la tangente en chacun des points, puis la courbe C .

BTS Design d'espace		SESSION 2006
Mathématiques		DEMAT
Coefficient : 1,5	Durée : 1 h 30	Page : 2 / 3

EXERCICE 2 (8 points)

Dans un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ de l'espace, on donne les points suivants par leurs coordonnées :

$A(1, 3, -1)$; $B(2, 1, 4)$; $C(5, 0, 3)$ et $D(4, 2, -2)$.

1° a) Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

b) Calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$.

Que peut-on en déduire sur la nature du parallélogramme $ABCD$?

2° Calculer les coordonnées du milieu I de $[AC]$.

3° On considère la pyramide $SABCD$ de sommet $S(6,5 ; 9,5 ; 3,5)$.

a) Montrer que le vecteur \vec{IS} est orthogonal à chacun des deux vecteurs \vec{AB} et \vec{BC} .

b) Calculer la valeur exacte du volume de la pyramide $SABCD$ dont $[IS]$ est une hauteur.

4° On se propose de déterminer une mesure en degrés de l'angle \widehat{SAB}

a) Calculer le produit scalaire $\vec{AS} \cdot \vec{AB}$.

b) Donner les valeurs exactes des distances AS et AB .

En déduire la valeur exacte de $\cos \widehat{SAB}$, puis une valeur approchée, arrondie à 10^{-1} , de la mesure en degrés de l'angle \widehat{SAB} .

BTS Design d'espace		SESSION 2006
Mathématiques		DEMAT
Coefficient : 1,5	Durée : 1 h 30	Page : 3 / 3