

Découvrir la proportionnalité

➤ PLACE DE L'ÉPISODE DANS LA SÉRIE

Premier épisode d'une série de 8 épisodes.
Épisode suivant : Utiliser la règle de trois

➤ PLACE DE L'APPRENTISSAGE DANS LES PROGRAMMES

Au cycle 3, la proportionnalité doit être traitée dans le cadre de chacun des trois domaines : nombres et calculs, grandeurs et mesures, espace et géométrie. Au CM1, le recours aux propriétés de linéarité (additive et multiplicative) est privilégié dans des problèmes mettant en jeu des nombres entiers. Ces propriétés doivent être explicitées ; elles peuvent être institutionnalisées de façon non formelle à l'aide d'exemples.

➤ POINTS DE BLOCAGE

Confondre nombre de parts et longueur de la bûche.
Par exemple, si une bûche de 4 parts mesure 7 cm, alors une bûche de 12 parts mesure 15 cm (7 + 8, car il y a 8 parts de plus). Il s'agit de comprendre qu'il ne faut pas ajouter un même nombre aux deux grandeurs.

➤ OBJECTIFS VISÉS PAR LE FILM D'ANIMATION

- Approcher la proportionnalité dans un contexte donnant du sens aux procédures utilisant les propriétés de linéarité.
- Définir les situations de proportionnalité comme étant celles où la propriété multiplicative de linéarité peut s'appliquer.

➤ MOTS-CLÉS

Doubler, multiplier par un même nombre, situation de proportionnalité, grandeurs proportionnelles, tableau de proportionnalité.

➤ ÉLÉMENTS STRUCTURANTS

Dans ce problème, lorsqu'on multiplie le nombre de parts par un nombre (2, 3 ou 10), la longueur de la bûche est multipliée par le même nombre (2, 3 ou 10). Le nombre de parts et la longueur de la bûche sont proportionnels.

PHASE DE DÉCOUVERTE

2

| Séquençage et descriptif de l'animation | Analyse des étapes de l'animation | Propositions de pistes d'activités |
|--|--|---|
| Pat, le pâtissier, demande à La Toque une bûche commandée par téléphone par Grand-Mère pour ses huit petits-enfants. | La Toque sort du réfrigérateur une bûche de 4 parts; elle mesure 7 cm. La question qui se pose est : combien mesure une bûche de 8 parts? | Passer l'animation jusqu'à : « Il en faudrait une de quelle longueur pour huit parts ? » Distribuer aux élèves (répartis en binômes) une bande cartonnée de 7 cm de longueur représentant la bûche de 4 parts et leur demander de prévoir la longueur d'une bûche de 8 parts. Mettre en commun les différentes procédures. Organiser un débat pour les valider ou les invalider. Mettre en évidence et conserver au tableau les procédures prenant appui sur les propriétés de linéarité. |

PHASE DE MANIPULATION

| Séquençage et descriptif de l'animation | Analyse des étapes de l'animation | Propositions de pistes d'activités | | | | | | | | | | | | |
|---|--|---|------------------------|----|----|----|----|----|-----------------------|---|----|--|--|--|
| La longueur de la bûche de 8 parts est déterminée. Puis, Pat le pâtissier est de nouveau au téléphone avec Grand-Mère et annonce successivement 12, 40 et enfin 52 parts de bûche. | Deux procédures sont présentées : <ul style="list-style-type: none"> • celle utilisant la propriété additive de linéarité (8 parts, c'est 4 parts + 4 parts); • celle utilisant la propriété multiplicative de linéarité (8 parts, c'est 2 fois 4 parts). Un tableau de proportionnalité est présenté; le terme « proportionnel » est introduit. La première ligne du tableau est complétée avec les nombres de parts : 12, 40 et 52. | Passer l'animation jusqu'à : « Pas de panique La Toque, pas de panique ! » Distribuer aux élèves une feuille avec le tableau de proportionnalité suivant : <table border="1" data-bbox="772 1285 1498 1464"> <tr> <td>Nombre de parts</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>12</td> <td>40</td> <td>52</td> </tr> <tr> <td>Longueur en cm</td> <td>7</td> <td>14</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> Demander aux élèves de prévoir les longueurs des bûches de 12, 40 puis 52 parts en réutilisant une des deux procédures figurant au tableau. Mettre en commun les différentes procédures. Organiser un débat pour les valider ou les invalider. Regrouper au tableau les procédures utilisant la propriété additive de linéarité (12 parts vues comme 8 parts + 4 parts; 52 parts, c'est 40 parts + 12 parts) et celles utilisant la propriété multiplicative de linéarité (12 parts vues comme 3 fois 4 parts; 40 parts vues comme 10 fois 4 parts). L'utilisation de la bande de 7 cm de longueur représentant la bûche de 4 parts peut servir la remise en cause du raisonnement erroné : comme une bûche de 4 parts mesure 7 cm, une bûche de 12 parts mesure 15 cm (7 + 8, car il y a 8 parts de plus). | Nombre de parts | 4 | 8 | 12 | 40 | 52 | Longueur en cm | 7 | 14 | | | |
| Nombre de parts | 4 | 8 | 12 | 40 | 52 | | | | | | | | | |
| Longueur en cm | 7 | 14 | | | | | | | | | | | | |

PHASE DE STRUCTURATION

| Séquençage et descriptif de l'animation | Analyse des étapes de l'animation | Propositions de pistes d'activités |
|---|--|---|
| <p>Pat le pâtissier explique à La Toque comment procéder.</p> <p>Puis Grand-Mère passe une autre commande : un gâteau au chocolat pour 12, et finalement 15. Le pâtissier précise à La Toque qu'il faut 200 g de chocolat pour 3.</p> | <p>Les raisonnements prenant appui sur les propriétés de linéarité sont présentés. Les questions qui se posent sont : combien de grammes de chocolat faut-il pour 12, et pour 15 ?</p> | <p>Passer l'animation jusqu'à : « Pour un gâteau de 3 personnes. »</p> <p>Demander aux élèves de prévoir le nombre de grammes de chocolat nécessaires pour préparer un gâteau au chocolat pour 12, puis pour 15.</p> <p>Lors de la mise en commun, faire un tableau de proportionnalité pour présenter les données et illustrer les raisonnements permettant l'obtention des résultats.</p> <p>Passer l'animation jusqu'à la fin.</p> <p>Conclusion</p> <p>Dans ce problème, lorsqu'on multiplie le nombre de parts par un nombre (4 ou 5), la masse de chocolat est multipliée par le même nombre (4 ou 5). On est dans une situation de proportionnalité : le nombre de parts et la masse de chocolat sont proportionnels.</p> <p>Dans un problème de proportionnalité, quand on ajoute deux mesures d'une même grandeur (par exemple 3 parts + 12 parts), les mesures correspondantes de l'autre grandeur doivent aussi être ajoutées (200 g + 800 g).</p> <p>Le tableau dans lequel on écrit les données d'une situation de proportionnalité est appelé « tableau de proportionnalité ».</p> |

PHASE DE RÉINVESTISSEMENT/PROLONGEMENT

1. Poursuivre le problème du gâteau au chocolat en demandant la masse de chocolat pour 6 personnes, 9 personnes, 30 personnes. Mettre en évidence la diversité des procédures.

Pour combien de personnes peut-on préparer un gâteau au chocolat avec 1,6 kg de chocolat ?

2. Proposer des problèmes mettant en jeu d'autres grandeurs (contenances et prix par exemple).

10 litres d'essence coûtent 12 euros. Pour remplir le réservoir de ma voiture, je dois acheter 50 litres.

Combien vais-je payer ?

3. Agrandir ou réduire une figure proportionnellement.

Par exemple, un carré de 3 cm dans un rectangle de 7 cm sur 4 cm à réduire de telle sorte que la largeur du rectangle soit de 2 cm. Il faudra réduire toutes les mesures de moitié et non enlever 2 cm à chacune d'elles pour conserver la proportionnalité.