

Scénario pédagogique du jeu boules et billes

| | |
|-------------------------|--|
| Titre | Boules et billes |
| Mots-clefs | Nombres relatifs, addition, soustraction |
| Résumé | Jeu avec 5 niveaux permettant de découvrir les règles d'addition et de soustraction de deux nombres relatifs et de leur donner du sens |
| Cycle d'enseignement | 4 |
| Niveau d'enseignement | 5 ^{ème} |
| Compétences travaillées | Chercher Modéliser Raisonner Communiquer Calculer |
| Organisation | Certaines séances ont avantage à ne pas être consécutives, sans pour autant être trop éloignées. |
| Prolongement possible | Faire programmer des blocs du jeu, par exemple l'explosion |

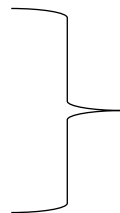
Séance 1

| | |
|--------------|--|
| Durée | 1 h |
| Lieu | Salle informatique |
| Outils | Vidéoprojecteur Scratch : fichier « Boules et billes » enregistré sur les sessions des élèves |
| Organisation | Collectif – Individuel – Collectif – Individuel |
| Objectifs | Donner du sens à l'addition de deux nombres négatifs (l'addition de deux nombres positifs étant déjà connue). Découvrir et énoncer la règle d'addition de deux nombres relatifs de même signe. |
| Déroulement | <p><u>Première partie (10 min)</u> :</p> <p>Rappels sur les nombres relatifs : signe, distance à zéro, représentation sur la droite des nombres.</p> <p><u>Deuxième partie (15 min)</u> :</p> <p>Chaque élève ouvre le fichier du jeu et réalise, sans consignes préalables et à son rythme, le premier niveau. Chaque élève note cinq calculs (ou plus pour les plus rapides) correspondant à ce premier niveau et réfléchit à énoncer une règle.</p> <p><u>Troisième partie (20 min)</u> :</p> <p>Collectivement, en s'appuyant sur les exemples et verbalisations des élèves, on dégage la règle d'addition de deux nombres relatifs de même signe. On admet sa généralisation à tous les nombres relatifs de même signe et on l'écrit dans le cahier.</p> <p><u>Quatrième partie (5 min)</u> :</p> <p>Exercice : dix additions de deux nombres relatifs de même signe. Les plus rapides en inventent d'autres. Il est alors important d'introduire quelques nombres décimaux afin d'étendre la notion.</p> |
| Prolongement | Les élèves finissent leur exercice à la maison. Le lien du jeu est laissé sur pronote afin que les élèves puissent revenir sur le niveau 1 chez eux. |

Niveau 1 du jeu - Addition de deux nombres relatifs de même signe :

$$\begin{array}{ccccccc} \circ\circ & + & \circ\circ\circ\circ & = & \circ\circ\circ\circ\circ\circ \\ 2 & + & 4 & = & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} \bullet\bullet\bullet\bullet & + & \bullet & = & \bullet\bullet\bullet\bullet\bullet \\ -4 & + & (-1) & = & -5 \end{array}$$



Règle 1

Séance 2

| | |
|--------------|--|
| Durée | 1 h |
| Lieu | Salle informatique |
| Outils | Vidéoprojecteur Scratch : fichier « Boules et billes » enregistré sur les sessions des élèves |
| Organisation | La séance 2 suit immédiatement la séance 1. Collectif – Individuel – Collectif – Individuel |
| Objectifs | Donner du sens à l'addition de deux nombres relatifs de signes contraires. Découvrir et énoncer la règle correspondante. |
| Déroulement | <p><u>Première partie (10 min) :</u> Correction de l'exercice donné à faire à la maison. Rappel de la règle d'addition de deux nombres relatifs de même signe.</p> <p><u>Deuxième partie (15 min) :</u> Chaque élève ouvre le fichier du jeu et réalise, sans consignes préalables et à son rythme, le deuxième niveau. On demande aux élèves de commencer par « coder » l'explosion ($-1 + 1 = 0$). Chaque élève note cinq calculs (ou plus pour les plus rapides) correspondant à ce deuxième niveau et réfléchit à énoncer une règle.</p> <p><u>Troisième partie (20 min) :</u> Collectivement, en s'appuyant sur les exemples et verbalisations des élèves, on dégage la règle d'addition de deux nombres relatifs de signes contraires. On admet sa généralisation à tous les nombres relatifs de signes contraires et on l'écrit dans le cahier.</p> <p><u>Quatrième partie (5 min) :</u> Exercice : dix additions de deux nombres relatifs de signes contraires. Les plus rapides en inventent d'autres. Il est alors important d'introduire quelques nombres décimaux afin d'étendre la notion.</p> |
| Prolongement | Les élèves finissent leur exercice à la maison. Le lien du jeu est laissé sur pronote afin que les élèves puissent revenir sur le niveau 2 chez eux. |

Niveau 2 du jeu - Addition de deux nombres relatifs de signes contraires :

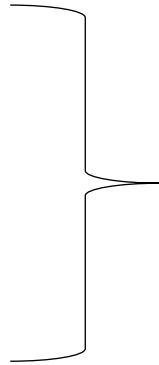
Axiome :

$$\begin{array}{l} \bigcirc + \bullet = \diagup \\ 1 + (-1) = 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \bullet \bullet \bullet \bullet + \bigcirc \bigcirc \bigcirc = \bullet \\ -4 + 3 = -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc + \bullet \bullet = \bigcirc \bigcirc \bigcirc \\ 5 + (-2) = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \bullet \bullet \bullet + \bigcirc \bigcirc \bigcirc = \diagup \\ -3 + 3 = 0 \end{array}$$



Règle 2

Séance 3

| | |
|--------------|---|
| Durée | 1 h |
| Lieu | Salle classique |
| Outils | Vidéoprojecteur Fichier « Boules et billes » |
| Organisation | La séance 3 suit immédiatement la séance 2. Collectif – Individuel – Collectif – Individuel |
| Objectif | Ancrer les deux règles d'addition de deux nombres relatifs de façon à les mobiliser hors contexte du jeu |
| Déroulement | <p><u>Première partie (15 min) :</u> Un élève corrige l'exercice à faire à la maison. Les élèves rappellent les deux règles d'addition de deux nombres relatifs.</p> <p><u>Deuxième partie (15 min) :</u> Exercices du livre qui mélange les deux règles. En cas de difficultés, le professeur pourra revenir sur le jeu (projection au tableau ou dessins de boules blanches et noires) pour redonner du sens à ces deux additions.</p> <p><u>Troisième partie (20 min) :</u> Résolution de problèmes faisant intervenir l'addition de nombres relatifs.</p> |
| Prolongement | Les élèves finissent le(s) problème(s) à la maison. |

Séance 4

| | |
|--------------|---|
| Durée | 1 h |
| Lieu | Salle informatique |
| Outils | Vidéoprojecteur Scratch : fichier « Boules et billes » enregistré sur les sessions des élèves |
| Organisation | La séance 4 se fait quelques semaines après la séance 3. Collectif – Individuel – Collectif – Individuel |
| Objectif | Donner du sens à la soustraction de deux nombres négatifs avec la distance à zéro du premier supérieure à celle du deuxième. |
| Déroulement | <p><u>Première partie (10 min) :</u> On fait un point avec les élèves sur les règles d'addition de deux nombres relatifs sous forme d'une question flash par exemple avec 4 ou 5 calculs à effectuer rapidement.</p> <p><u>Deuxième partie (15 min) :</u> Chaque élève ouvre le fichier du jeu et réalise à son rythme le troisième niveau. Chaque élève note cinq calculs (ou plus pour les plus rapides) correspondant à ce troisième niveau.</p> <p><u>Troisième partie (10 min) :</u> On propose aux élèves dix soustractions de deux nombres relatifs de même signe avec la distance à zéro du premier supérieure à celle du deuxième. Les plus rapides en inventent d'autres.</p> <p><u>Quatrième partie (10 min) :</u> On propose aux élèves cinq soustractions de deux nombres relatifs de même signe avec la distance à zéro du premier supérieure à celle du deuxième. Chacune de ces soustractions étant suivie de l'addition de l'opposé correspondante. On remarque simplement l'égalité entre la soustraction et l'addition de l'opposé sans formuler de règle.</p> <p><u>Cinquième partie (5 min) :</u> On donne un problème dont la résolution demande d'effectuer de telles soustractions avec des nombres relatifs.</p> |
| Prolongement | Les élèves finissent le problème à la maison. Le jeu est laissé à disposition afin que les élèves puissent revenir sur le niveau 3 à la maison. |

Niveau 3 du jeu - Soustraction de deux nombres relatifs de même signe (avec valeur absolue du premier supérieure à valeur absolue du deuxième) :

$$\begin{array}{r} \bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc - \bigcirc\bigcirc = \bigcirc\bigcirc\bigcirc \\ 5 - 2 = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc\bigcirc + \bullet\bullet = \bigcirc\bigcirc\bigcirc \\ 5 + (-2) = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bullet\bullet\bullet\bullet - \bullet\bullet\bullet = \bullet \\ -4 - (-3) = -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bullet\bullet\bullet\bullet + \bigcirc\bigcirc\bigcirc = \bullet \\ -4 + 3 = -1 \end{array}$$

On remarque simplement l'égalité

Séance 5

| | |
|--------------|---|
| Durée | 1 h |
| Lieu | Salle informatique |
| Outils | Vidéoprojecteur Scratch : « Fichier boules et billes » enregistré sur les sessions des élèves |
| Organisation | La séance 5 suit immédiatement la séance 4. Collectif – Individuel – Collectif – Individuel - Collectif |
| Objectif | Donner du sens à des soustractions du type $5 - (-2)$ ou $2 - 5$. |
| Déroulement | <p><u>Première partie (10 min)</u> : On corrige le travail fait à la maison.</p> <p><u>Deuxième partie (10 min)</u> : Chaque élève ouvre le fichier du jeu et réalise à son rythme le quatrième niveau. Chaque élève réfléchit au rôle de « l'anti-explosion ».</p> <p><u>Troisième partie (10 min)</u> : Collectivement, en s'appuyant sur les verbalisations des élèves, on explique le rôle de « l'anti-explosion » : on ajoute des zéros ($0 = -1 + 1$) au premier terme de la soustraction ce qui ne change pas le calcul.</p> <p><u>Quatrième partie (10 min)</u> : Chaque élève note cinq calculs (ou plus pour les plus rapides) correspondant à ce quatrième niveau.</p> <p><u>Cinquième partie (10 min)</u> : Collectivement, en s'appuyant sur les exemples et verbalisations des élèves, on explique comment utiliser l'anti-explosion pour rendre des opérations telles que $5 - (-2)$ ou $2 - 5$ possibles et on amène progressivement les élèves à remarquer par exemple qu'enlever deux boules noires à cinq blanches revient à ajouter deux blanches ($5 - (-2) = 5 + 2 + (-2) - (-2) = 5 + 2$).</p> |
| Prolongement | Les élèves ont dix calculs à faire à la maison : cinq soustractions suivies chacune de l'addition de l'opposé correspondante. |

Niveau 4 du jeu – Soustraction de deux nombres relatifs (cas général) :

Problème 1 :

Donner du sens à ○○○○○○ – ●●.

Solution :

| | |
|---|--|
| $\begin{aligned} & \text{○○○○○○} & - & \text{●●} \\ = & \text{○○○○○○} \text{○○●●} & - & \text{●●} \\ = & \text{○○○○○○○○} & & \end{aligned}$ | $\begin{aligned} & 5 - (-2) \\ = & 5 + 2 + (-2) - (-2) \\ = & 7 \end{aligned}$ |
| Enfin, enlever deux boules noires, revient à ajouter deux boules blanches. | Enfin, enlever - 2, revient à ajouter 2. |

Problème 2 :

Donner du sens à ○○ – ○○○○○○.

Solution 1 :

| | |
|---|---|
| $\begin{aligned} & \text{○○} & - & \text{○○○○○○} \\ = & \text{○○○○○○} \text{●●●} & - & \text{○○○○○○} \\ = & \text{●●●} & & \end{aligned}$ | $\begin{aligned} & 2 - 5 \\ = & 2 + 3 + (-3) - 5 \\ = & 5 + (-3) - 5 \\ = & -3 \end{aligned}$ |
|---|---|

Solution 2 :

| | |
|---|---|
| $\begin{aligned} & \text{○○} & - & \text{○○○○○○} \\ = & \text{○○} \text{○○○○○○} \text{●●●●●} & - & \text{○○○○○○} \\ = & \text{○○} \text{●●●●●} & & \\ = & \text{●●●} & & \end{aligned}$ | $\begin{aligned} & 2 - 5 \\ = & 2 + 5 + (-5) - 5 \\ = & 2 + (-5) \\ = & -3 \end{aligned}$ |
| Enfin, enlever cinq boules blanches, revient à ajouter cinq boules noires. | Enfin, enlever 5, revient à ajouter - 5. |

Séance 6

| | |
|--------------|--|
| Durée | 1 h |
| Lieu | Salle classique |
| Outils | Vidéoprojecteur Fichier boules et billes |
| Organisation | La séance 6 suit immédiatement la séance 5. Alternance du collectif et de l'individuel. |
| Objectif | Enoncer la règle de la soustraction de deux nombres relatifs. |
| Déroulement | <p><u>Première partie (10 min) :</u> On corrige le travail fait à la maison (cinq soustractions et les cinq additions de l'opposé correspondantes). On en profite pour faire reformuler la règle d'addition utilisée pour trouver le résultat de chaque addition.</p> <p><u>Deuxième partie (20 min) :</u> En s'appuyant sur ces calculs, sur les verbalisations des élèves ainsi que sur le jeu, on dégage la règle de la soustraction de deux nombres relatifs. On admet sa généralisation à tous les nombres relatifs et on l'écrit dans le cahier.</p> <p><u>Troisième partie (15 min) :</u> Le professeur projette au tableau le jeu, lance une partie du niveau 4 et demande aux élèves de traduire l'opération avec les boules par un calcul, d'écrire l'addition de l'opposé correspondante et de donner le résultat. On corrige en utilisant le jeu et l'anti-explosion dès que nécessaire. Le professeur recommence ceci plusieurs fois afin de s'assurer que les élèves ont bien compris la règle.</p> <p><u>Quatrième partie (5 min) :</u> Exercice : dix soustractions avec pour consigne de transformer chacune d'elles en addition de l'opposé. Il est alors important d'introduire quelques nombres décimaux afin d'étendre la notion.</p> |
| Prolongement | L'exercice est à terminer à la maison. |

Niveaux 3 et 4 du jeu - Soustraction de deux nombres relatifs :

$$\begin{array}{r} \text{○ ○ ○ ○ ○} \\ 5 \end{array} - \begin{array}{r} \text{○ ○} \\ 2 \end{array} = \begin{array}{r} \text{○ ○ ○} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{○ ○ ○ ○ ○} \\ 5 \end{array} + \begin{array}{r} \bullet \bullet \\ (-2) \end{array} = \begin{array}{r} \text{○ ○ ○} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ -4 \end{array} - \begin{array}{r} \bullet \bullet \bullet \\ (-3) \end{array} = \begin{array}{r} \bullet \\ -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \bullet \bullet \bullet \bullet \\ -4 \end{array} + \begin{array}{r} \text{○ ○ ○} \\ 3 \end{array} = \begin{array}{r} \bullet \\ -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{○ ○ ○ ○ ○} \\ 5 \end{array} - \begin{array}{r} \bullet \bullet \\ (-2) \end{array} = \begin{array}{r} \text{○ ○ ○ ○ ○ ○ ○} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{○ ○ ○ ○ ○} \\ 5 \end{array} + \begin{array}{r} \text{○ ○} \\ 2 \end{array} = \begin{array}{r} \text{○ ○ ○ ○ ○ ○ ○} \\ 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{○ ○} \\ 2 \end{array} - \begin{array}{r} \text{○ ○ ○ ○ ○} \\ 5 \end{array} = \begin{array}{r} \bullet \bullet \bullet \\ -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{○ ○} \\ 2 \end{array} + \begin{array}{r} \bullet \bullet \bullet \bullet \bullet \\ (-5) \end{array} = \begin{array}{r} \bullet \bullet \bullet \\ -3 \end{array}$$

Règle 3

Séance 7

| | |
|--------------|---|
| Durée | 1 h |
| Lieu | Salle informatique |
| Outil | Vidéoprojecteur Scratch : fichier boules et billes enregistré sur les sessions des élèves ou En ligne : http://tinyurl.com/bouboules |
| Organisation | La séance 7 suit immédiatement la séance 6. Alternance du collectif et de l'individuel. |
| Objectif | Ancrer la règle de la soustraction de deux nombres relatifs. |
| Déroulement | <p><u>Première partie (10 min) :</u> On corrige le travail fait à la maison. On demande aux élèves d'énoncer la règle de la soustraction de deux nombres relatifs.</p> <p><u>Deuxième partie (15 min) :</u> Chaque élève ouvre le fichier du jeu et réalise à son rythme le cinquième niveau. Chaque élève note 5 calculs avec l'étape intermédiaire qui consiste à transformer la soustraction en addition de l'opposé. On note quelques calculs au tableau.</p> <p><u>Troisième partie (10 min) :</u> Les élèves font dix soustractions toujours avec la même consigne : transformer la soustraction en addition de l'opposé. Les plus rapides en inventent d'autres. On corrige.</p> <p><u>Quatrième partie (10 min) :</u> On donne aux élèves un exercice mélangeant additions et soustractions de nombres relatifs. On corrige.</p> <p><u>Cinquième partie (5 min) :</u> On donne un problème dont la résolution demande d'effectuer des opérations avec des nombres relatifs.</p> |
| Prolongement | Le problème est à terminer à la maison Le jeu est laissé sur pronote afin que les élèves puissent revenir sur le niveau 5. |

1. Le travail se fait avec des nombres entiers. Il est donc indispensable de préciser aux élèves que les règles se généralisent à tous les nombres en particulier aux nombres décimaux et que ceci a été validé par la communauté mathématicienne. On ne manquera d'ailleurs pas de visiter plusieurs situations en lien avec la vie courante pouvant illustrer l'addition de deux nombres relatifs. « La variété des contextes utilisés évitera que la prégnance d'un modèle empêche la construction du statut de nombre » (<http://eduscol.education.fr/ressources-2016>, page 3). D'où la présence de la droite des nombres permettant de visualiser le résultat dès les premiers niveaux du jeu.
2. En ce qui concerne la soustraction, le jeu n'induit pas, pour chaque calcul, la règle « soustraire un nombre, c'est ajouter son opposé ». En effet, pour un calcul comme « $2 - 5$ », on n'oblige pas les élèves à faire apparaître 5 boules blanches et 5 boules noires autrement dit on ne les oblige pas à faire :

$$2 - 5 = 2 + 5 + (-5) - 5 = 2 + (-5) = -3$$

Ils peuvent très bien faire apparaître 3 boules blanches et 3 noires et donc faire ceci :

$$2 - 5 = 2 + 3 + (-3) - 5 = 5 + (-3) - 5 = -3$$

Il est donc nécessaire de bien faire le lien, sur plusieurs exemples, entre la soustraction (niveaux 3 et 4) avec l'addition de l'opposé correspondante (niveaux 1 et 2). Encore une fois, on admettra la généralisation à tous les nombres.

3. Le jeu doit se jouer en plein écran afin de bénéficier de toutes ses fonctionnalités et afin que les élèves ne puissent pas déplacer des lutins ou modifier le code.