

Histoire du nombre π

Activité :

Archimède de Syracuse commence par établir le résultat suivant : **le rapport de la surface d'un disque par son rayon au carré est égal au rapport de son périmètre par son diamètre.**

1. Traduire cet énoncé en langage mathématique.

Archimède s'inspire ensuite de la *méthode d'exhaustion* due à *Eudoxe de Cnide* (-408 ; -355) qui consiste à encadrer un cercle de rayon R par des polygones réguliers dont il sait calculer le périmètre de façon précise.

On considère la figure ci-dessous dans laquelle le cercle de rayon R est encadré par deux hexagones : l'un inscrit et l'autre tangent.

2. Calcul du périmètre de ABCDEF

- Donner la nature du triangle OED.
- En déduire ED.
- Calculer le périmètre de ABCDEF.

3. Calcul du périmètre de GHIJKL.

- Donner la nature du triangle HGO.
- Calculer HG.
- Calculer le périmètre de GHIJKL.

4. Prenons $R = 4$

- En déduire un encadrement du périmètre P de ce cercle puis du rapport $\frac{P}{2R}$.
- Mêmes questions avec $R = 3$; $R = 10$ et $R = 1$.
- Entourer la bonne réponse :
 - $\frac{P}{2R}$ semble dépendre du rayon R et donc, ce rapport ne semble pas constant.
 - $\frac{P}{2R}$ ne semble pas dépendre du rayon R et donc, ce rapport est constant.
- d. Vous connaissez cette constante. Quel est son nom ?
- e. Donner une expression de P , puis une expression de A en fonction de cette constante.

5. Prolongements possibles : augmenter le nombre de côté des polygones réguliers.

