

## A la recherche des trésors mathématiques

### Jour 3 : Plier pour partager en surfaces égales



#### Objectifs :

- Renforcer la production d'une suite d'instructions codant le déplacement d'un objet sur un quadrillage.
- Obtenir un nombre en s'appuyant sur ses connaissances des nombres et des relations entre les nombres.
- Prévoir des résultats d'actions portant sur des grandeurs : anticiper le nombre de plis pour partager des surfaces en parts égales.

#### Organisation :

**Temps 1 :** Reprise de l'activité de codage d'un déplacement sur une carte quadrillée -> Du premier coffre-trésor au deuxième.

**Temps 2 :** Trouver le nombre mystère permettant d'ouvrir le deuxième coffre à l'aide d'indications.

**Temps 3 :** Activité de pliages des voiles (niveaux 1 et 2) ou de la carte (niveau 3)

<p><b>Matériel</b></p>          <p>(à reproduire en annexe)</p>	<p><b>Pour le déplacement sur quadrillage :</b></p> <div data-bbox="496 1182 954 1373" style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"><p>Penser à indiquer, avant l'activité, sur les cartes classe et élèves, l'emplacement du 2<sup>e</sup> coffre en case J 6.</p></div> <div data-bbox="975 1115 1393 1518" style="text-align: right;"></div> <p><b>Pour le nombre mystère</b> (niveaux 1 et 2) : des cartes nombres (voir les données en jeu dans la partie « déroulement »).</p> <p><b>Pour l'activité de pliage, mettre dans la boîte-coffre :</b></p> <p>★ Pour chaque élève (travail en binôme possible) : plusieurs bandes de papier (feuilles A4 ou A5 peuvent être utilisées) pour que les élèves puissent faire des essais.</p> <p>Pour la classe : 2 bandes de papier pour réaliser les pliages lors de la mise en commun (en 2, 4 ou 8).</p> <p>★★ Pour chaque élève : deux ou trois carrés et disques (annexes JOUR 3) pour que les élèves puissent faire des essais.</p> <p>Pour la classe : un carré et un disque pour réaliser les pliages lors de la mise en commun, du papier calque.</p>
---	--

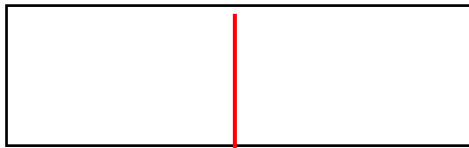
	<p>★ ★ ★ Pour un binôme : un <i>guide âne</i> pour trouver la meilleure façon de plier pour partager ; quelques feuilles format A6 (rectangle parfait, quart de feuille A4 ) pour permettre des essais.</p> <p>Pour la classe :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- un <i>guide âne</i> (à photocopier en annexe)</li> </ul> <p>Utilisation du <i>guide-âne</i> : <a href="https://ladigitale.dev/digiview/#/v/6397427d50016">https://ladigitale.dev/digiview/#/v/6397427d50016</a></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- une feuille format A6, même matériel que pour les binômes pour permettre une validation des productions.</li> <li>- une feuille de papier calque, pour faciliter l'étape de validation l'enseignant pourra utiliser le calque et tracer les pliages en rouge.</li> </ul>
<p><b>Déroulement :</b></p> <p><b>Temps 1 : Du premier coffre-trésor au deuxième.</b> Le groupe des pirates se déplace vers le 2<sup>e</sup> coffre. Il va de la case D 4 à la case J 6.</p> <p><b>Solution :</b> Codage : ↓ →→ ↓→→→→ ou 1↓ 2→ 1↓ 4→ Ou (niveau 3) : Sud ; 2 Est ; Sud ; 4 Est</p> <p><b>Temps 2 : Trouver le nombre mystère permettant d'ouvrir le coffre à l'aide d'indications.</b></p> <p>★ 1<sup>er</sup> entraînement : 5d 2u 4u 2<sup>e</sup> entraînement : 5u 3d 4d Nombre mystère : 6u 2d 2u <b>28</b></p> <p>★ ★ 1<sup>er</sup> entraînement : 6d 6u 1c 3u 2<sup>e</sup> entraînement : 4c 5u 5d 4d Nombre mystère : 3d 2d 9u 2c -&gt; <b>259</b></p> <p>★ ★ ★ Je suis un nombre à trois chiffres. Mon chiffre des unités est la moitié de 10. Mon chiffre des centaines est le double de 2. Mon dernier chiffre est le résultat de « 7 - 7 ». nombre mystère : <b>405</b></p> <p><b>Temps 3 : Activité pliages</b> Variables: ★ Anticiper le nombre de plis pour partager une surface en parties identiques. On pourra modifier le nombre de parties demandées.</p>	

★ ★ Anticiper le nombre de plis pour partager une surface en parties identiques. On complexifie l'activité en variant la forme de la surface à partager.

★ ★ ★ Utiliser un outil « pour partager » afin d'obtenir le nombre de parties égales voulues.

★ **Etape 1** : « Nous allons aujourd'hui chercher à plier les voiles pour les ranger dans les cales. Pour cela, les pirates réfléchissent à partir d'une représentation d'une voile. La voile est représentée à partir de cette bande de papier. »

« Je vous propose d'essayer ensemble de comprendre. Je vous donne une bande de papier. Nous allons essayer de la plier et nous regarderons combien de surfaces identiques nous avons obtenues et combien de plis il nous a fallu réaliser. »



1 pli : 2 surfaces identiques car le pliage a été fait bord à bord



1 pli : 2 surfaces inégales car le pliage n'a pas été fait bord à bord.

**Etape 2** : « Barbe-verte le chef des pirates veut plier la voile en 4 surfaces égales, aide-le à trouver combien de plis il doit faire. »

**Variante possible** : « Barbe-verte le chef des pirates veut plier la voile en 8 surfaces égales, aide-le à trouver combien de plis il doit faire. »

★ ★ **Etape 1** : « Nous allons aujourd'hui chercher à plier les voiles pour les ranger dans les cales. Pour cela, les pirates réfléchissent à partir d'une représentation d'une voile. La voile est un carré. A vous d'essayer de voir comment vous pourriez le plier et combien de fois pour obtenir 4 surfaces égales. »

**Mise en commun** : avec 2 plis, on obtient 4 surfaces identiques si le pliage a été fait bord à bord. Recenser les différentes manières de plier et la forme des surfaces obtenues.

**Etape 2** : « Maintenant, nous avons une représentation de la voile qui est un disque. A vous d'essayer de voir comment vous pourriez le plier et combien de fois pour obtenir 4 surfaces égales. »

**Mise en commun** : pour obtenir 4 surfaces égales dans un disque ou dans un carré, on a besoin de faire 2 plis ainsi que de respecter la technique du pliage bord à bord.

★ ★ ★ **Etape 1** : « Barbe-verte, le chef pirate souhaite envoyer la carte du trésor dans une enveloppe et pour cela, il doit plier cette carte en 3 parties égales. Combien de plis doit-il faire ? Essaie de l'aider : trouve une technique pour plier la carte en 3 parts égales. ». Les élèves font des essais.

**Etape 2** : « Un autre pirate lui propose un outil appelé le *guide âne*. Regardons ensemble comment l'utiliser. »

On peut montrer la vidéo : <https://ladigitale.dev/digiview/#/v/6397427d50016>

« Vous avez une carte et un *guide âne* à votre disposition afin de trouver comment vous pouvez faire ces pliages. »

**Mise en commun :** pour réaliser 3 parties égales, les élèves doivent partager les 2 côtés opposés de la feuille en 3 grâce au *guide âne* et plier.

**Pour aller plus loin :** extrait pages 12 à 15 « Couper en parts égales » (*Pourquoi ont-ils inventé les fractions*, N. Rouche, 1998, pages ) → Couper en parts égales, c'est plus varié qu'on ne le pense...

12 1. COUPER EN PARTS ÉGALES

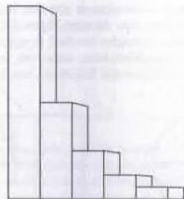


Fig. 14

Répéter ainsi le partage en deux parts égales ouvre une voie naturelle vers d'autres partages, en 4, en 8, etc. Remonter ces opérations amène à doubler, multiplier par deux : je plie en deux une feuille de papier, ce qui double l'épaisseur, puis je plie en deux le papier plié, puis encore une fois, etc. Quand l'épaisseur du papier plié dépasse-t-elle la hauteur de la Tour Eiffel ?

### 2 Couper en trois

Après avoir examiné l'opération de couper en deux, venons-en maintenant à couper en trois parts égales. Commençons ici aussi par quelques exemples.

- On partage à vue le contenu d'une bouteille entre trois verres, ce qui nécessite souvent (comme déjà pour deux verres) plusieurs corrections.
- On divise une quantité de farine en trois parts égales à l'aide d'une balance à plateaux et en tâtonnant : c'est moins commode que diviser en deux.
- On plie une lettre en trois pour l'insérer dans une enveloppe allongée : on se contente habituellement de la plier approximativement. Pour la diviser exactement en trois, il suffit de la poser, comme le montre la figure 15, sur un réseau de lignes parallèles équidistantes.

1. COUPER EN PARTS ÉGALES 13

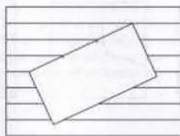


Fig. 15

- Pour couper une baguette en trois tronçons égaux, on peut procéder comme pour la lettre.
- Couper en deux un polygone régulier quelconque était facile. Commençons par couper un triangle équilatéral en trois parts égales. Il est facile de le plier 3 fois en 2, suivant les droites que montre la figure 16. On tire de là deux façons de le couper en 3 parts égales (figures 17 et 18).

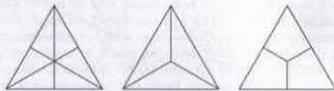


Fig. 16, 17 et 18

- Pour couper un carré en trois parts égales, on peut procéder comme pour la lettre (figure 19). Mais si on veut que les traits de division passent par le centre du carré, on ne trouve pas de procédé simple. Une façon d'y arriver est de diviser chaque côté du carré en 3 segments égaux, puis de joindre un point de division sur 4 au centre du carré (figure 20). Les morceaux obtenus ne sont pas superposables. Pour justifier cette construction, on recourt à la formule de l'aire du triangle : tous les triangles de la figure 21 ont même aire.

14 1. COUPER EN PARTS ÉGALES

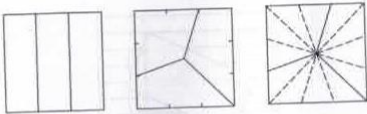


Fig. 19, 20 et 21

- Couper un hexagone régulier<sup>7</sup> en trois parties égales est beaucoup plus facile : on joint un sommet sur deux au centre (figure 22). On peut de même couper simplement en trois parts égales les polygones réguliers à 9 côtés, 12 côtés, etc., mais non ceux dont le nombre de côtés n'est pas multiple de 3.

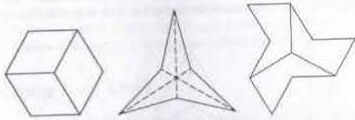


Fig. 22, 23 et 24

- Pour couper un disque en trois parts égales, le plus simple est sans doute de déterminer d'abord sur sa circonférence les six sommets d'un hexagone régulier (en se servant du fait que le côté de cet hexagone a même longueur que le rayon du cercle). Ensuite on joint un sommet sur deux au centre. Ainsi, curieusement, pour diviser en trois, il est commode ici de diviser d'abord en six !
- On dit qu'un motif plan possède un centre de symétrie ternaire s'il retombe sur lui-même lorsqu'on le fait tourner d'un tiers de tour autour

<sup>7</sup>La figure 22 représente un hexagone régulier coupé en trois parts égales. Le lecteur devra peut-être faire un effort pour ne pas la percevoir comme un cube en perspective.

1. COUPER EN PARTS ÉGALES 15

d'un point que l'on appelle précisément son centre. Si on connaît celui-ci, il est facile de couper le motif en trois parties égales, qu'il possède en plus (figure 23) ou non (figure 24) des axes de symétrie ordinaires. Il suffit pour cela de faire partir de son centre trois demi-droites quelconques écartées entre elles d'un tiers de tour (voir ci-dessus la division de l'hexagone régulier).

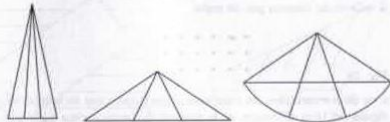
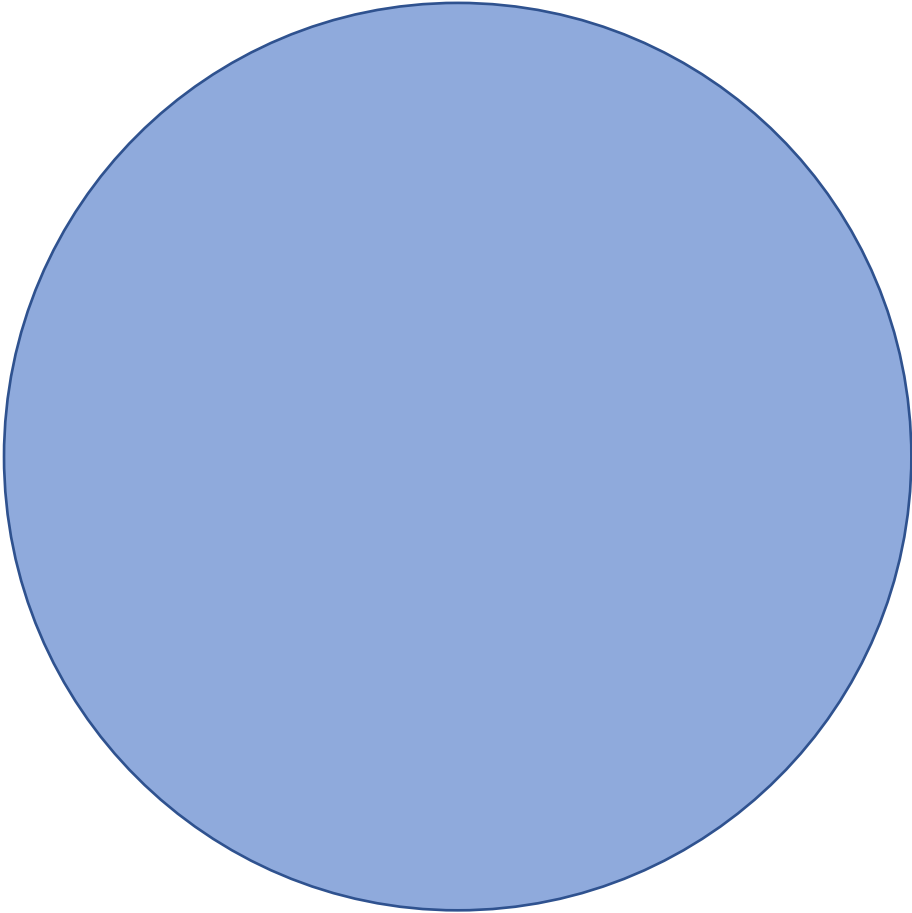
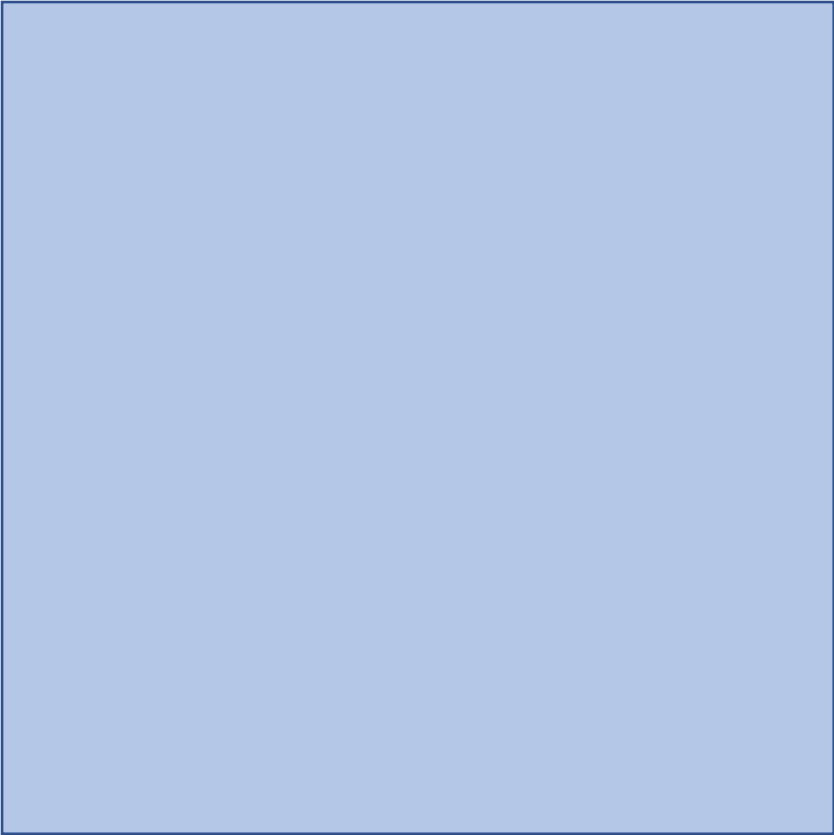


Fig. 25, 26 et 27

- Soit à couper en trois angles égaux l'angle au sommet d'un triangle isocèle (figure 25). Lorsqu'on a appris à diviser un angle en deux comme le montre la figure 3, on a tendance à diviser la base du triangle en trois segments égaux et à faire passer les droites de partage de l'angle par les points de division. On est détrompé lorsqu'on applique ce procédé à un angle nettement plus grand, comme celui de la figure 26. Si on réalise que les angles au centre d'un cercle sont proportionnels aux arcs qu'ils découpent sur la circonférence (figure 27), on ramène le problème posé à la division d'un arc de cercle en trois arcs égaux. Mais ce dernier problème n'est pas plus simple que celui de la division d'un angle<sup>8</sup>.
- Pour diviser la durée d'un sablier en trois durées égales, on peut diviser sa quantité de sable en trois parts égales. On peut aussi construire par tâtonnement trois sabliers d'égale durée, de façon que la somme de celles-ci égale la durée du sablier de départ.

<sup>8</sup>Partager un angle, à la règle et au compas, en trois angles égaux est un problème célèbre, connu sous le nom de trisection de l'angle. Il a déjà préoccupé les Grecs dans l'antiquité. Après plus de deux millénaires de recherches, on a démontré qu'il était insoluble (cf. A. Duhan-Dalmedico et J. Peiffer [1982]).

ANNEXE JOUR 3 ★★



ANNEXE JOUR 3 ☆☆☆

Guide-âne

0

---

1

---

2

---

3

---

4

---

5

---

6

---

7

---

8

---

9

---

10

---

11

---

12

---

13

---

14

---

15

---

16

---